

INTRODUCCION A LOS METODOS MULTIVARIADOS

Dr. Porfirio Gutiérrez González

JJMV/PGG

EJEMPLO: DATOS DE INDICE DE DESARROLLO HUMANO EN ALGUNOS PAISES

	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	V ₇	V ₈	V ₉	V ₁₀	V ₁₁	V ₁₂	V ₁₃	V ₁₄	V ₁₅	V ₁₆
URU	72.2	7.8	5916	0.881	2620	3.3	101	21	96	14	510	163	2.4	47	41	67
CHI	71.8	7.5	5099	0.864	1950	2.9	102	17	93	14	1230	68	2.7	74	26	52
ARG	71.0	8.7	4295	0.832	2380	1.5	131	30	95	14	370	115	2.8	62	34	53
VEN	70.0	6.3	6169	0.824	2560	4.1	99	34	90	9	700	92	3.2	71	21	56
COL	68.8	7.1	4237	0.770	1260	2.9	106	38	86	30	1230	81	2.7	45	39	68
BRA	65.6	3.9	4718	0.730	2680	3.9	114	59	80	25	1080	96	2.9	25	21	47
EQU	66.0	5.6	3074	0.646	960	2.7	105	59	84	44	820	36	3.8	121	33	46
PAR	67.1	4.9	2790	0.641	1090	1.0	116	48	88	52	1460	27	4.4	41	11	31
PER	63.0	6.4	2622	0.592	1100	3.5	87	80	79	30	1040	31	3.7	59	11	53
BOL	54.5	4.0	1572	0.398	630	2.4	84	89	71	49	1530	29	4.7	101	40	34

V₁ : Esperanza de vida al nacimiento, 1990

V₂ : Tiempo medio de escolarización (años), 1990

V₃ : Producto Interior Bruto, per capita (US\$), 1990

(*) V₄ : Índice de Desarrollo Humano

(-) V₅ : Producto Nacional Bruto per capita, (US\$), 1990

V₆ : Gasto Público en la Instrucción (en % del PNB), período 1988-90

(-) V₇ : Aporte Calórico Cotidiano (en % de las necesidades normalizadas), 1988-90

V₈ : Taza de mortalidad de menores de 15 años (por 1000 nacidos vivos), 1991

V₉ : Taza de alfabetización de las mujeres
(en % de la pop. femenina de edad sup. a 15 años), 1990

V₁₀ : Población Rural (en % de la Pop. Total), 1991

V₁₁ : Cantidad de habitantes por médico, período 1984-89

V₁₂ : Cantidad de teléfonos por 1000 hab., período 1986-88

V₁₃ : Taza de fertilidad, 1991

V₁₄ : Monto de la Deuda Total (en % del PNB), 1990

V₁₅ : Importancia de la carga de la deuda
(en % de las exportaciones de bienes y servicios), 1990

V₁₆ : Empleados del Sector Servicios (en % de la Pop. Activa), 1989-91

EJEMPLO: Resultados de biometrías hemáticas

<i>MUESTRA</i>	<i>WBC</i>	<i>RBC</i>	<i>Hgb</i>	<i>Hct</i>	<i>MCV</i>	<i>MCH</i>	<i>MCHC</i>	<i>Plt</i>	<i>LNF</i>	<i>MNC</i>	<i>NTF</i>	<i>ESF</i>	<i>BSF</i>	<i>SE</i>	<i>BN</i>
<i>A1</i>	7.6	4.28	13	38.7	90.5	30.5	33.7	265	32	6	55	6	1	54	1
<i>A2</i>	7.2	5.43	15.8	46.7	85.9	29.2	34	367	22	3	71	4	0	68	3
<i>A3</i>	6.6	5.33	15.3	46.1	86.5	28.8	53.3	260	44	4	50	2	0	48	2
<i>A4</i>	7.6	5.58	7	50.6	90.7	30.5	33.6	281	39	3	53	5	0	51	2
<i>A5</i>	6.7	5.11	14.9	43.7	85.6	29.1	34	239	39	2	53	4	2	48	5
<i>A6</i>	8.7	4.81	14.1	41.2	85.6	39.2	34.1	308	50	5	41	2	1	40	1
<i>A7</i>	7.7	4.95	15.9	46.4	93.8	32.2	34.3	316	31	3	64	1	1	62	2
<i>A8</i>	7.6	4.3	13	38.3	89.1	30.3	34	287	40	3	48	5	0	47	1
<i>A9</i>	11.1	4.35	13.7	41.1	84.8	28.2	53.3	318	19	2	55	22	2	54	1
<i>A10</i>	8.2	4.56	14.1	41.8	91.7	30.9	33.7	329	38	4	51	6	1	49	2
<i>A11</i>	9	4.49	14.2	41.6	92.6	41.6	34.1	242	43	6	48	3	0	48	0
<i>A12</i>	8.5	4.45	13.5	40	89.8	30.2	33.6	187	32	4	60	3	1	58	2
<i>A13</i>	8.5	4.93	14	41.5	84.2	28.3	33.6	291	39	3	54	4	0	54	0
<i>A14</i>	9.5	4.83	14.4	42.4	87.8	29.9	34	274	34	3	52	9	2	48	5
<i>A15</i>	11.3	4.44	18.7	41.6	93.7	31	33	294	28	4	66	2	0	65	1
<i>A16</i>	8.9	4.96	15	44.8	90.3	30.3	33.5	222	25	7	65	3	0	62	3
<i>A17</i>	7	4.51	14.5	42.3	93.6	32.1	34.3	253	42	5	51	2	0	50	1
<i>A18</i>	5.7	4.52	14.1	41.9	92.7	51.2	33.2	286	35	6	54	5	0	53	1
<i>A19</i>	8.5	4.75	14.1	40.9	86.3	29.8	34.5	386	21	2	76	1	0	75	1
<i>A20</i>	8.4	4.69	15.5	44.4	94.8	33	34.8	275	28	3	66	3	0	65	1

ESTADISTICA MULTIVARIADA

Organización de los datos

		VARIABLES				
INDIVIDUOS	$\mathbf{X} =$	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{1p}
		X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{2p}
		X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{3p}
		X_{41}	X_{42}	X_{43}	X_{4p}
	
	
	
	
		X_{n1}	X_{n2}	X_{n3}	X_{np}

Ejemplo 1

X1	X2	X3	X4
5	8	7	5
4	9	9	2
3	6	10	3
2	5	9	4

Ejemplo 1

X1	X2	X3	X4
5	8	7	5
4	9	9	2
3	6	10	3
2	5	9	4

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_i}{S_i}$$

MATRIZ ESTANDARIZADA

	X1	X2	X3	X4
Count	4	4	4	4
Average	3.5	7.0	8.75	3.5
Variance	1.66667	3.33333	1.58333	1.66667
Standard deviation	1.29099	1.82574	1.25831	1.29099

Z1	Z2	Z3	Z4
1.1627907	0.54945055	-1.4	1.1627907
0.3875969	1.0989011	0.2	-1.1627907
-0.3875969	-0.54945055	1	-0.3875969
-1.1627907	-1.0989011	0.2	0.3875969

Estandarización de una matriz

Una razón para estandarizar una matriz de datos, se debe a que las diferentes unidades que se utilizan para medir diferentes variables pueden afectar los resultados de los análisis.

De esta forma se evitan los problemas de escala que pudieran existir entre las variables.

Si se estandarizan las variables se logra que todas estén en igualdad de circunstancias. Para estandarizar las variables, lo que se hace es restar a cada variable su media y el resultado se divide por su desviación estándar; con lo que se logra que la media de los datos estandarizados es cero y su desviación estándar es uno.

La matriz de datos estandarizados se denota por

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & \cdots & z_{1p} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & \cdots & z_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & z_{n3} & \cdots & z_{np} \end{bmatrix}$$

$$z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_i}{S_i}$$

MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS

X1	X2	X3	X4
5	8	7	5
4	9	9	2
3	6	10	3
2	5	9	4

	X1	X2	X3	X4
Count	4	4	4	4
Average	3.5	7.0	8.75	3.5
Variance	1.66667	3.33333	1.58333	1.66667
Standard deviation	1.29099	1.82574	1.25831	1.29099

$$S_{jk} = \left(\frac{1}{n-1} \right) \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k)$$

	X1	X2	X3	X4
X1	1.66667	2.0	-1.16667	0.333333
X2	2.0	3.33333	-1.0	-0.666667
X3	-1.16667	-1.0	1.58333	-1.16667
X4	0.333333	-0.666667	-1.16667	1.66667

Matriz de Varianzas y Covarianzas

$$\mathbf{S} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \cdots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \cdots & S_{2p} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & \cdots & S_{3p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ S_{p1} & S_{p2} & S_{p3} & \cdots & S_{pp} \end{vmatrix}$$

$$S_{jk} = \left(\frac{1}{n-1} \right) \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k) \quad \mathbf{j,k=1,2,\dots,p}$$

MATRIZ DE CORRELACIONES

X1	X2	X3	X4
5	8	7	5
4	9	9	2
3	6	10	3
2	5	9	4

	X1	X2	X3	X4
Count	4	4	4	4
Average	3.5	7.0	8.75	3.5
Variance	1.66667	3.33333	1.58333	1.66667
Standard deviation	1.29099	1.82574	1.25831	1.29099

$$r_{jk} = \frac{S_{jk}}{S_j S_k}$$

	X1	X2	X3	X4
X1		0.8485	-0.7182	0.2000
X2	0.8485		-0.4353	-0.2828
X3	-0.7182	-0.4353		-0.7182
X4	0.2000	-0.2828	-0.7182	

Coeficiente de correlación

$$r_{jk} = \frac{S_{jk}}{S_j S_k}$$

S_j desviación estandar de la variable j

S_k desviación estandar de la variable k

S_{jk} = covarianza de la variable X_j y variable X_k

Matriz de Correlaciones

$$\mathbf{R} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & R_{12} & R_{13} & \cdots & R_{1p} \\ & R_{21} & 1 & R_{23} & \cdots & R_{2p} \\ & R_{31} & R_{32} & 1 & \cdots & R_{3p} \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ & R_{p1} & R_{p2} & R_{p3} & & 1 \end{array}$$

$$r_{jk} = \frac{S_{jk}}{S_j S_k}$$

$$j, k = 1, 2, \dots, p$$

CATEGORIA	pH	CONDUCTIVIDAD	VISCOSIDAD	DENSIDAD	VELOCIDAD DE SONIDO	INDICE DE REFRACCION
Aged	3.71	48.9	0.0015	0.94786	1596.5	1.35197
Aged	3.44	161.87	0.00111	0.98448	1550.11	1.3376
Aged	4.11	41.6	0.00138	0.95481	1611.51	1.35156
Aged	3.81	19.18	0.00131	0.9641	1610.17	1.35063
Aged	3.98	15.68	0.00151	0.94738	1595.07	1.35317
Aged	4.11	34.1	0.00147	0.95161	1608.45	1.3516
Silver	4.05	18.41	0.00148	0.94851	1597.98	1.35303
Gold	4.87	41.6	0.00134	0.95409	1611.64	1.3515
Aged	3.99	30.3	0.00149	0.94831	1596.51	1.3534
Aged	4.07	39.8	0.00149	0.94551	1589.53	1.3535
Silver	3.61	103.47	0.00194	0.96814	1613.03	1.3449
Silver	3.95	50.03	0.0015	0.94801	1596.7	1.353
Aged	4.14	35.17	0.00118	0.95131	1606.35	1.346
Silver	4.76	13.09	0.0015	0.94611	1591.84	1.35353
Gold	3.9	44.5	0.00143	0.95196	1606.41	1.3511
Gold	3.97	55.8	0.00146	0.94917	1599.58	1.35167
Gold	5.15	111.03	0.00167	1.01763	1631.45	1.3617
Aged	4.13	19.43	0.00143	0.95353	1607.88	1.35113
Aged	4.05	18.18	0.00147	0.9505	1603.46	1.35143
Silver	4.06	15.55	0.00145	0.94787	1596.11	1.3519
Aged	4.71	56.77	0.00139	0.95391	1611.18	1.3513
Aged	3.73	38.13	0.00137	0.95315	1609.13	1.35116
Aged	3.8	31.67	0.00141	0.9535	1607.76	1.3515
Aged	3.63	40.67	0.00148	0.9481	1596.18	1.35143
Aged	3.64	48.43	0.00147	0.94774	1595.07	1.35313

Ejemplo 2
marcas de tequila

CATEGORIA	pH	CONDUCTIVIDAD	VISCOSIDAD	DENSIDAD	VELOCIDAD DE SONIDO	INDICE DE REFRACCION
Aged	4.07	35	0.00148	0.9479	1595.59	1.35303
Aged	4.1	37.73	0.00143	0.95141	1604.65	1.3516
Aged	4.61	10.04	0.00136	0.95571	1611.06	1.35116
Aged	3.98	36.47	0.00145	0.95489	1609.68	1.3513
Aged	4.55	19.13	0.00151	0.95106	1601.03	1.3515
Extra aged	3.95	31.33	0.00151	0.95167	1600.14	1.3535
Extra aged	3.97	14.59	0.00147	0.94933	1596.18	1.35193
Silver	5.17	13.46	0.00147	0.95005	1601.16	1.35133
Extra aged	4.06	34.43	0.00149	0.9497	1599	1.35363
Aged	4.08	17.67	0.00148	0.94911	1597.41	1.35303
Silver	4.56	38.87	0.00149	0.9489	1598.81	1.35197
Gold	4.51	40.83	0.00144	0.94911	1599.07	1.3531
Aged	4.56	49.5	0.00146	0.95015	1601.03	1.35163
Aged	4.86	10.19	0.00147	0.95143	1601.65	1.35306
Extra aged	4.7	18.51	0.00144	0.9487	1598.43	1.3531
Aged	4.01	10.11	0.00147	0.95046	1598.69	1.35316
Silver	4.18	19.99	0.00149	0.94871	1597.97	1.35313
Aged	4.58	17.16	0.00135	0.95348	1608.99	1.35087
Extra aged	4.41	40.3	0.00153	0.94611	1590.15	1.3541
Silver	3.97	18.13	0.00131	0.95471	1610.59	1.3509
Aged	4.15	17.5	0.00139	0.95343	1607.91	1.35076
Extra aged	4.11	43.67	0.00148	0.95041	1601.57	1.35166
Aged	4.3	11.71	0.00148	0.95171	1607.36	1.351
Aged	3.61	31.1	0.00148	0.94476	1586.1	1.35406
Extra aged	3.75	33.4	0.00151	0.94637	1585.99	1.3543
Silver	4.19	11.18	0.0016	0.94476	1586.95	1.3535
Aged	4.14	14.71	0.00158	0.9455	1587.57	1.3541
Extra aged	3.97	13.16	0.00154	0.94484	1586.91	1.35417

Ejemplo 2
marcas de tequila,
continuación

	Recuento	Promedio	Varianza	Desviación Estándar
<i>pH</i>	53	4.15981	0.153533	0.391832
<i>CONDUCTIVIDAD</i>	53	34.4006	725.188	26.9293
<i>VISCOSIDAD</i>	53	0.00146019	1.26E-08	0.000112275
<i>DENSIDAD</i>	53	0.952484	0.000122816	0.0110822
VELOCIDAD DE SONIDO	53	1600.21	123.029	11.0918
<i>INDICE DE REFRACCION</i>	53	1.35195	8.67498E-06	0.00294533
		VARIANZA TOTAL	848.3706645	

Varianza

$$S^2 = \left(\frac{1}{n-1} \right) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

Media

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Desviación estándar

$$S = \sqrt{S^2}$$

MATRIZ ESTANDARIZADA MARCAS DE TEQUILA

PH-Z	CONDUCTIVIDAD-Z	VISCOSIDAD-Z	DENSIDAD-Z	VOLOCIDAD-Z	INDICE-Z
-1.1481	0.538425666	0.354584725	-0.041727125	-0.334667225	0.006341898
-1.8372	4.733482356	-3.119029169	0.288718643	-4.517021454	-4.872563136
-0.1271	0.26734561	-0.71421955	0.020987186	1.018579961	-0.132861378
-0.8928	-0.565204368	-1.337688711	0.10481682	0.897770419	-0.448615148
-0.4589	-0.695174257	0.443651748	-0.046058473	-0.463590841	0.413766117
-0.1271	-0.011161296	0.087383656	-0.007888468	0.742701454	-0.11928057
-0.2803	-0.593797743	0.176450679	-0.035861758	-0.20123579	0.366233292
1.81263	0.26734561	-1.070487642	0.014490164	1.03030029	-0.153232589
-0.4334	-0.152271461	0.265517702	-0.037666486	-0.333765661	0.49185576
-0.2292	0.200503953	0.265517702	-0.062932684	-0.963057158	0.525807778
-1.4033	2.564841914	4.273533734	0.141272334	1.155617651	-2.394065798
-0.5355	0.580387373	0.354584725	-0.040373579	-0.31663595	0.356047686
-0.0506	0.028572356	-2.495560009	-0.01059556	0.553373067	-2.020593597
1.53188	-0.791351975	0.354584725	-0.057518498	-0.754795932	0.535993383
-0.6631	0.375034947	-0.268884436	-0.004730193	0.55878245	-0.289040662
-0.4845	0.794652019	-0.001683367	-0.029906154	-0.056985591	-0.095514157
2.52728	2.845576876	1.868724115	0.587852373	2.816298076	3.309873281
-0.0761	-0.555920804	-0.268884436	0.009436925	0.691312321	-0.278855056
-0.2803	-0.602338622	0.087383656	-0.01790471	0.292821144	-0.176999001
-0.2547	-0.70000171	-0.09075039	-0.041636889	-0.369828211	-0.017424515
1.40426	0.830672246	-0.625152527	0.012865909	0.988828358	-0.221136625
-1.097	0.138489748	-0.803286573	0.006007941	0.804007789	-0.268669451
-0.9184	-0.101397533	-0.447018481	0.009166215	0.680493556	-0.153232589
-1.3522	0.232810754	0.176450679	-0.039561451	-0.363517265	-0.176999001
-1.3267	0.520972566	0.087383656	-0.042809962	-0.463590841	0.40018531
-0.2292	0.022259533	0.176450679	-0.041366179	-0.416709526	0.366233292

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_i}{S_i}$$

Cada Variable tiene una media igual a cero y una desviación estándar igual 1

PH-Z	CONDUCTIVIDAD-Z	VISCOSIDAD-Z	DENSIDAD-Z	VOLOCIDAD-Z	INDICE-Z
-0.152654	0.123636047	-0.268884436	-0.009693196	0.40010723	-0.119281
1.14903	-0.90461145	-0.892353596	0.029108464	0.978009593	-0.268669
-0.458933	0.076846887	-0.09075039	0.021709078	0.853593795	-0.221137
0.995891	-0.56706108	0.443651748	-0.012851471	0.073741153	-0.153233
-0.535503	-0.11402318	0.443651748	-0.007347049	-0.006498021	0.5258078
-0.484456	-0.735650594	0.087383656	-0.028462371	-0.363517265	-0.007239
2.578331	-0.777612301	0.087383656	-0.021965349	0.085461482	-0.210951
-0.254747	0.001093008	0.265517702	-0.025123624	-0.109276288	0.5699454
-0.203701	-0.621277091	0.176450679	-0.030447573	-0.252624924	0.3662333
1.021414	0.165969097	0.265517702	-0.032342537	-0.126405999	0.0063419
0.893798	0.238752235	-0.179817413	-0.030447573	-0.102965342	0.3899997
1.021414	0.560706218	-0.001683367	-0.021062985	0.073741153	-0.109095
1.787111	-0.899041312	0.087383656	-0.009512723	0.129638105	0.3764189
1.378739	-0.590084318	-0.179817413	-0.034147266	-0.160665422	0.3899997
-0.382363	-0.902012053	0.087383656	-0.018265656	-0.137224764	0.4103709
0.051531	-0.535125622	0.265517702	-0.034057029	-0.202137354	0.4001853
1.07246	-0.640215561	-0.981420619	0.008985743	0.791385897	-0.36713
0.638566	0.21907108	0.621785794	-0.057518498	-0.907160205	0.7295199
-0.484456	-0.604195334	-1.337688711	0.020084822	0.935636096	-0.356945
-0.025038	-0.627589914	-0.625152527	0.008534561	0.694017012	-0.404478
-0.127131	0.344213516	0.176450679	-0.018716838	0.122425595	-0.098909
0.35781	-0.842597246	0.176450679	-0.006986104	0.644431006	-0.322993
-1.403292	-0.122564058	0.176450679	-0.069700415	-1.272293524	0.7159391
-1.045967	-0.037155274	0.443651748	-0.055172352	-1.282210725	0.7974239
0.077055	-0.862278401	1.245254954	-0.069700415	-1.195660605	0.5258078
-0.050562	-0.731194484	1.067120908	-0.06302292	-1.139763653	0.7295199
-0.484456	-0.788752577	0.710852817	-0.068978524	-1.19926686	0.7532863
3.37E-06	-8.40775E-11	-2.85687E-06	-4.42669E-07	4.25266E-08	-8.33E-08
1.000083	1	1.000002274	0.100002225	1	0.9999999

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y VARIACION DE MARCAS DE TEQUILA

	Recuento	Promedio	Varianza	Desviación Estándar
pH	53	0	1	1
conductividad	53	0	1	1
viscosidad	53	0	1	1
Densidad	53	0	1	1
Velocidad de sonido	53	0	1	1
Índice refracción	53	0	1	1
	VARIANZA TOTAL		6	

Desviación estándar

$$S = \sqrt{S^2}$$

Varianza

$$S^2 = \left(\frac{1}{n-1} \right) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

Media

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL SIN ESTANDARIZAR

	Recuento	Promedio	Varianza	Desviación Estándar
<i>pH</i>	53	4.15981	0.153533	0.391832
<i>CONDUCTIVIDAD</i>	53	34.4006	725.188	26.9293
<i>VISCOSIDAD</i>	53	0.00146019	1.26E-08	0.000112275
<i>DENSIDAD</i>	53	0.952484	0.000122816	0.0110822
VELOCIDAD DE SONIDO	53	1600.21	123.029	11.0918
<i>INDICE DE REFRACCION</i>	53	1.35195	8.67498E-06	0.00294533
		VARIANZA TOTAL	848.3706645	

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL CON ESTANDARIZAR

	Recuento	Promedio	Varianza	Desviación Estándar
pH	53	0	1	1
conductividad	53	0	1	1
viscosidad	53	0	1	1
Densidad	53	0	1	1
Velocidad de sonido	53	0	1	1
Índice refracción	53	0	1	1
		VARIANZA TOTAL	6	

MATRIZ DE VARIANZA Y COVARIANZAS MATRIZ X MARCAS DE TEQUILA

VARIABLES	pH	CONDUCTIVIDAD	VISCOSIDAD	DENSIDAD	VELOCIDAD DE SONIDO	INDICE DE REFRACCION
pH	0.153533	-2.07344	1.71157E-06	0.000736543	1.68466	0.000418969
CONDUCTIVIDAD	-2.07344	725.188	2.64557E-05	0.206494	-50.9619	-0.0332967
VISCOSIDAD	1.71157E-06	2.64557E-05	1.26E-08	3.3742E-08	0.000201817	1.47E-07
DENSIDAD	1.91914	148.669	0.000406524	0.000122816	60.555	0.018885
VELOCIDAD DE SONIDO	1.68466	-50.9619	0.000201817	0.0343049	123.029	0.0106997
INDICE DE REFRACCION	0.000418969	-0.0332967	1.47E-07	-0.0000021716	0.0106997	8.67498E-06

 covarianza

 varianza

$$S_{jk} = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k)$$

VARIABLE	Varianza	% de varianza total
<i>pH</i>	0.153533	0.018097396
<i>CONDUCTIVIDAD</i>	725.188	85.48008911
<i>VISCOSIDAD</i>	1.26E-08	1.48587E-09
<i>DENSIDAD</i>	0.000122816	1.44767E-05
<i>VELOCIDAD DE SONIDO</i>	123.029	14.50179799
<i>INDICE DE REFRACCION</i>	8.67498E-06	1.02255E-06
VARIANZA TOTAL	848.3706645	

Matriz de correlaciones de la matriz de datos X de Marcas de Tequila

	pH	CONDUCTIVIDAD	VISCOSIDAD	DENSIDAD	VELOCIDAD DE SONIDO	INDICE DE REFRACCION
pH	1	-0,1965	0,0389	0,1696	0,3876	0,3630
CONDUCTIVIDAD	-0,1965	1	0,0088	0,6919	-0,1706	-0,4198
VISCOSIDAD	0,0389	0,0088	1	0,0268	0,1621	0,4446
DENSIDAD	0,1696	0,6919	0,0268	1	0,2791	-0,0665
VELOCIDAD DE SONIDO	0,3876	-0,1706	0,1621	0,2791	1	0,3275
INDICE DE REFRACCION	0,3630	-0,4198	0,4446	-0,0665	0,3275	1

VARIABLES MAS CORRELACIONADAS

DENSIDAD CON CONDUCTIVIDAD

VISCOSIDAD CON INDICE DE REFRACCION

CONDUCTIVIDAD CON INDICE DE REFRACCION

Matriz de varianzas y covarianzas de la matriz de datos Z de Marcas de tequilas

	pH	CONDUCTIVIDAD	VISCOSIDAD	DENSIDAD	VELOCIDAD DE SONIDO	INDICE DE REFRACCION
pH	1	-0,1965	0,0389	0,1696	0,3876	0,3630
CONDUCTIVIDAD	-0,1965	1	0,0088	0,6919	-0,1706	-0,4198
VISCOSIDAD	0,0389	0,0088	1	0,0268	0,1621	0,4446
DENSIDAD	0,1696	0,6919	0,0268	1	0,2791	-0,0665
VELOCIDAD DE SONIDO	0,3876	-0,1706	0,1621	0,2791	1	0,3275
INDICE DE REFRACCION	0,3630	-0,4198	0,4446	-0,0665	0,3275	1

VARIABLES MAS CORRELACIONADAS

DENSIDAD CON CONDUCTIVIDAD

VISCOSIDAD CON INDICE DE REFRACCION

CONDUCTIVIDAD CON INDICE DE REFRACCION

Matriz de correlación de la matriz de datos Z de Marcas de tequilas

	pH	CONDUCTIVIDAD	VISCOSIDAD	DENSIDAD	VELOCIDAD DE SONIDO	INDICE DE REFRACCION
pH	1	-0,1965	0,0389	0,1696	0,3876	0,3630
CONDUCTIVIDAD	-0,1965	1	0,0088	0,6919	-0,1706	-0,4198
VISCOSIDAD	0,0389	0,0088	1	0,0268	0,1621	0,4446
DENSIDAD	0,1696	0,6919	0,0268	1	0,2791	-0,0665
VELOCIDAD DE SONIDO	0,3876	-0,1706	0,1621	0,2791	1	0,3275
INDICE DE REFRACCION	0,3630	-0,4198	0,4446	-0,0665	0,3275	1

VARIABLES MAS CORRELACIONADAS

DENSIDAD CON CONDUCTIVIDAD

VISCOSIDAD CON INDICE DE REFRACCION

CONDUCTIVIDAD CON INDICE DE REFRACCION

Matriz de varianzas y covarianzas o Matriz de correlación

- Si se usa la matriz de varianzas y covarianza entonces se quiere un análisis sin los datos estandarizados. Y lo que se buscan es que las variables entren al análisis en diferentes circunstancias.
- Si se usa la matriz de correlaciones entonces se quiere un análisis con los datos estandarizados. Y lo que se busca es que todas las variables entren al análisis con la mismas circunstancias.