

DISEÑO FRACCION UN MEDIO

FRACCIONES FACTORIALES

Si el número de factores a estudiar es elevado, los planes factoriales 2^k exigen un número muy elevado de pruebas. Por ejemplo: En un estudio para mejorar el proceso de activación de un catalizador con el fin de aumentar su productividad en el reactor, se requieren analizar 11 Factores. Es decir se requiere un diseño 2^{11} , lo que equivale a realizar por lo menos 2048 pruebas.

SOLUCION



EMPLEAR COMO DISEÑO UNA FRACCION FACTORIAL

Fracciones Factoriales: Planteamiento

***En principio un plan 2^k permite estudiar un número muy elevado de posibles efectos. Por ejemplo a partir de los 63 efectos de un diseño 2^6 es posible estudiar:**

6 Efectos Simples

15 Interacciones Dobles

20 Interacciones Triples

15 Interacciones Cuádruples

6 Interacciones Quíntuples

1 Interacción Séxtuple

***La mayor parte de estos 63 efectos serán inexistentes (por ejemplo, muy posiblemente todas las interacciones de orden mayor que 2 y muchas de las interacciones dobles). Además la precisión obtenida puede ser innecesariamente elevada para el estudio.**

***¿No sería posible reducir el tamaño del experimento, sacrificando algo la precisión y la posibilidad de estudiar interacciones de orden elevado?.**

DISEÑO FRACCIÓN UN MEDIO 2^{K-1}

- ☐ **El diseño fracción un medio consiste en tomar la mitad de combinaciones de un diseño 2^k completo.**
- ☐ **Se usa en la primeras fases de experimentación.**
- ☐ **Se recomienda aplicar cuando se estudian de 4 a 6 factores.**

PROCEDIMIENTO PARA OBTENER UN DISEÑO FRACCION UN MEDIO

Supongamos que se quiere investigar la influencia de 4 factores en una variable de respuesta, por lo que las combinaciones de un 2^4 son las siguientes:

¿Sería una buena solución realizar sólo las 8 pruebas primeras?

Prueba	A	B	C	D
1	-	-	-	-
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	-
5	-	-	+	-
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	-
9	-	-	-	+
10	+	-	-	+
11	-	+	-	+
12	+	+	-	+
13	-	-	+	+
14	+	-	+	+
15	-	+	+	+
16	+	+	+	+

Parece lógico que un requisito deseable que deben satisfacer las 8 pruebas seleccionadas es que todos los factores se hayan presentado en ellas 4 veces a nivel - y 4 veces a nivel +.

¿Qué tal solución sería seleccionar para el experimento las pruebas 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13 y 16?

Prueba	A	B	C	D
1	-	-	-	-
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	-
5	-	-	+	-
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	-
9	-	-	-	+
10	+	-	-	+
11	-	+	-	+
12	+	+	-	+
13	-	-	+	+
14	+	-	+	+
15	-	+	+	+
16	+	+	+	+

Todos los factores se estudian cuatro veces a nivel - y 4 veces a nivel +. Pero, los efectos de los factores A y B (estarían) "confundidos" y no sería posible saber si un efecto observado se debe a uno u otro (o, incluso, si ambos fueran igual de importantes, pero de signo contrario en el experimento no se detectaría efecto alguno).

!EL DISEÑO NO ES ORTOGONAL;

Si se seleccionan las pruebas 1, 4, 6, 7, 10, 11, 13 y 16 ! todos los efectos simples son ortogonales entre si y además ortogonales las interacciones dobles!

Prueba	A	B	C	D
1	-	-	-	-
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	-
5	-	-	+	-
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	-
9	-	-	-	+
10	+	-	-	+
11	-	+	-	+
12	+	+	-	+
13	-	-	+	+
14	+	-	+	+
15	-	+	+	+
16	+	+	+	+

Construcción de un plan 2^{k-1} : Existen 2 métodos:

➤ Método Uno

Construir el plan completo asociado a $k-1$ de los factores (que tendrá 2^{k-1} pruebas) y asociar el factor restante a la interacción entre los $k-1$ primeros.

Prueba	A	B	C	D=ABC
1	-	-	-	-
2	+	-	-	+
3	-	+	-	+
4	+	+	-	-
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+

➤ Método Dos

Construir un plan 2^k y seleccionar solo las pruebas que correspondan al signo positivo (o al negativo) de la interacción de orden más elevado.

prueba	A	B	C	D	ABCD
1	-	-	-	-	+
2	+	-	-	+	+
3	-	+	-	+	+
4	+	+	-	-	+
5	-	-	+	+	+
6	+	-	+	-	+
7	-	+	+	-	+
8	+	+	+	+	+

Por construcción este diseño tiene como generador de la fracción ABCD

El número de letras del generador se denomina resolución de la fracción expresándose en números romanos.

Estructura de Alias, se obtienen de la siguiente forma:

$ABCD(A)=A^2BCD=BCD$ por consiguiente $A=BCD$; A se confunde con BCD

$ABCD(B)=AB^2CD=ACD$ por consiguiente $B=ACD$; B se confunde con ACD

$ABCD(C)=ABC^2D=ABD$ por consiguiente $C=ABD$; C se confunde con ABD

$ABCD(D)=ABCD^2=ABC$ por consiguiente $D=ABC$; D se confunde con ABC

$ABCD(AB)=A^2B^2CD=CD$ por consiguiente $AB=CD$; AB se confunde con CD

$ABCD(AC)=A^2BC^2D=BD$ por consiguiente $AC=BD$; AC se confunde con BD

$ABCD(AD)=BC$ por consiguiente $AD=BC$; AD se confunde BC

- **Por construcción D "esta confundido" (tiene siempre los mismos signos) con la interacción triple ABC. Igualmente cada uno de los restantes efectos simples estará confundido con la interacción triple entre los otros tres factores.**
- **Análogamente la interacción doble entre cada par de factores estará confundida con la existente entre la otra pareja de factores.**
- ❑ **Una fracción factorial permite estudiar el efecto de k factores con el menor número de pruebas que el que exigiría un plan factorial completo (la reducción en el número de pruebas puede ser muy importante) A cambio de:**
 - ❑ **No poder estudiar ciertos efectos (los generadores de la fracción que son en general interacciones de orden elevado).**
 - ❑ **Confundir entre si algunos efectos de los que se pueden estudiar (por ejemplo, el efecto simple de A con la interacción BCD o la interacción AB con la CD).**

Una "buena" fracción factorial debe:

- No confundir nunca efectos simples entre si
- Procurar no confundir efectos simples con interacciones dobles.
- De ser posible, no confundir tampoco interacciones dobles entre si.

Regla practica para estudiar la confusión de efectos.

- ❑ Al efecto utilizado para construir la fracción (es decir, al que tiene el mismo signo en todas las pruebas) se denomina generador de la fracción. El número de letras del generador se denomina resolución de la fracción expresándose en números romanos.
- ❑ Los planes 2^{k-1} tiene un sólo generador que normalmente es la interacción de orden más elevado. Los planes 2^{k-p} , cuyo número de pruebas es menor que la mitad del plan completo (por ejemplo la cuarta o la octava parte), tiene varios generadores.
- ❑ El efecto asociado al generador no puede estudiarse.
- ❑ Cualquier otro efecto esta confundido con el que resulta de multiplicar las letras del efecto por las del generador y tachar los cuadrados.

Ejemplo: generador ABCD (resolución IV)

A se confunde con: $A \cdot ABCD = A^2BCD = BCD$

AB con: $AB \cdot ABCD = A^2B^2CD = CD$

De acuerdo con esta regla:

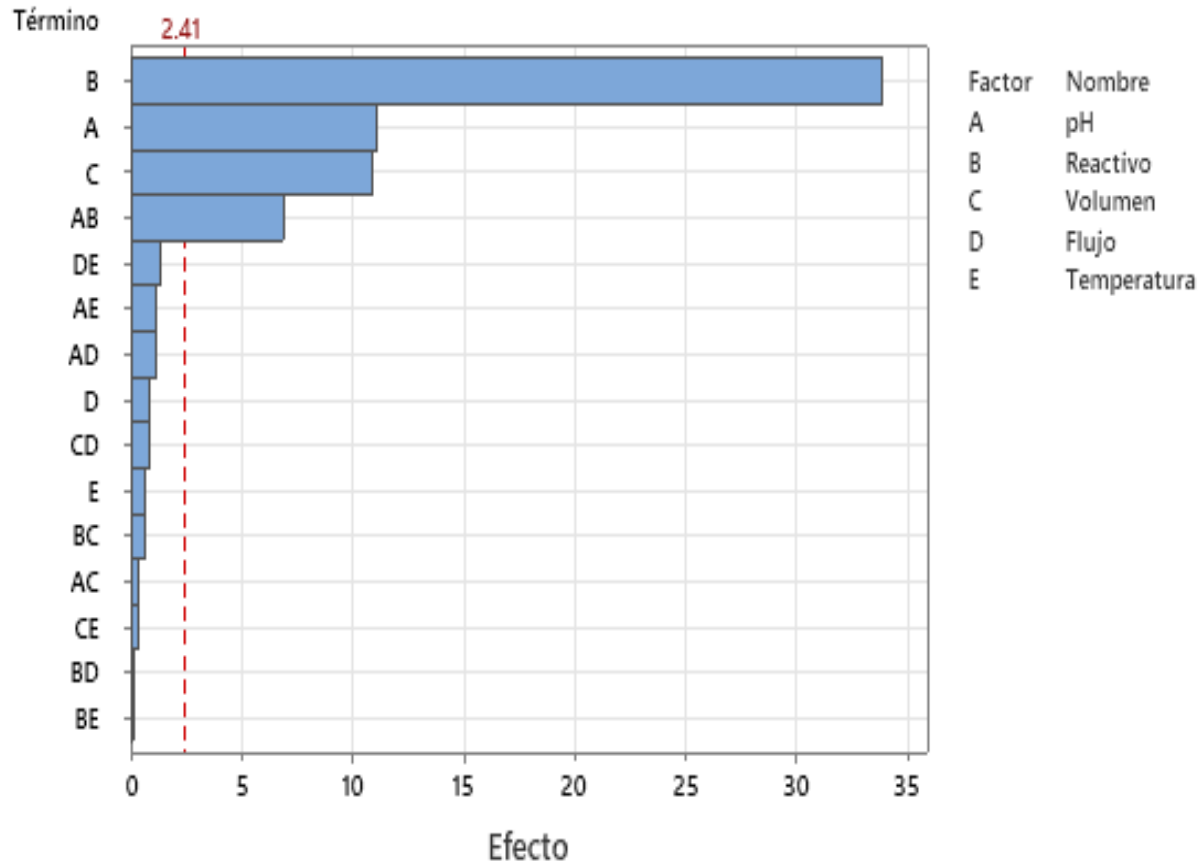
- ✓ En las fracciones de resolución III por lo menos un efecto simple estará confundidos con alguna interacción doble.
- ✓ En las fracciones de resolución IV los efectos simples no estarán confundidos con interacciones dobles.
- ✓ En las fracciones de resolución V (generadores de cinco letras) las interacciones dobles no estarán confundidas entre sí.

EJMPLO

Con el objetivo de mejorar el rendimiento de un proceso, se investigaron 5 factores un diseño. Los cinco factores fueron A=pH(nivel bajo, nivel alto), B=% de reactivo (20% abajo y arriba del nominal), C=Volumen (bajo, alto), D=Flujo (bajo, alto), E=Temperatura (Bajo, alto). A continuación se presenta la construcción del diseño

corrida	A	B	C	D	E	REND
1	-1	-1	-1	-1	1	8
2	1	-1	-1	-1	-1	9
3	-1	1	-1	-1	-1	34
4	1	1	-1	-1	1	52
5	-1	-1	1	-1	-1	16
6	1	-1	1	-1	1	22
7	-1	1	1	-1	1	45
8	1	1	1	-1	-1	60
9	-1	-1	-1	1	-1	6
10	1	-1	-1	1	1	10
11	-1	1	-1	1	1	30
12	1	1	-1	1	-1	50
13	-1	-1	1	1	1	15
14	1	-1	1	1	-1	21
15	-1	1	1	1	-1	44
16	1	1	1	1	1	63

Diagrama de Pareto de los efectos (la respuesta es Rendimiento, $\alpha = 0.05$)



PSE de Lenth = 0.9375

EFFECTOS IMPORTANTES: B, A, C, y AB.

EFFECTOS MENOS IMPORTANTES: BE, BD, CE, AC, BC.

Estructura de alias

Factor	Nombre
A	pH
B	Reactivo
C	Volumen
D	Flujo
E	Temperatura

Alias

I + ABCDE

A + BCDE

B + ACDE

C + ABDE

D + ABCE

E + ABCD

AB + CDE

AC + BDE

AD + BCE

AE + BCD

BC + ADE

BD + ACE

BE + ACD

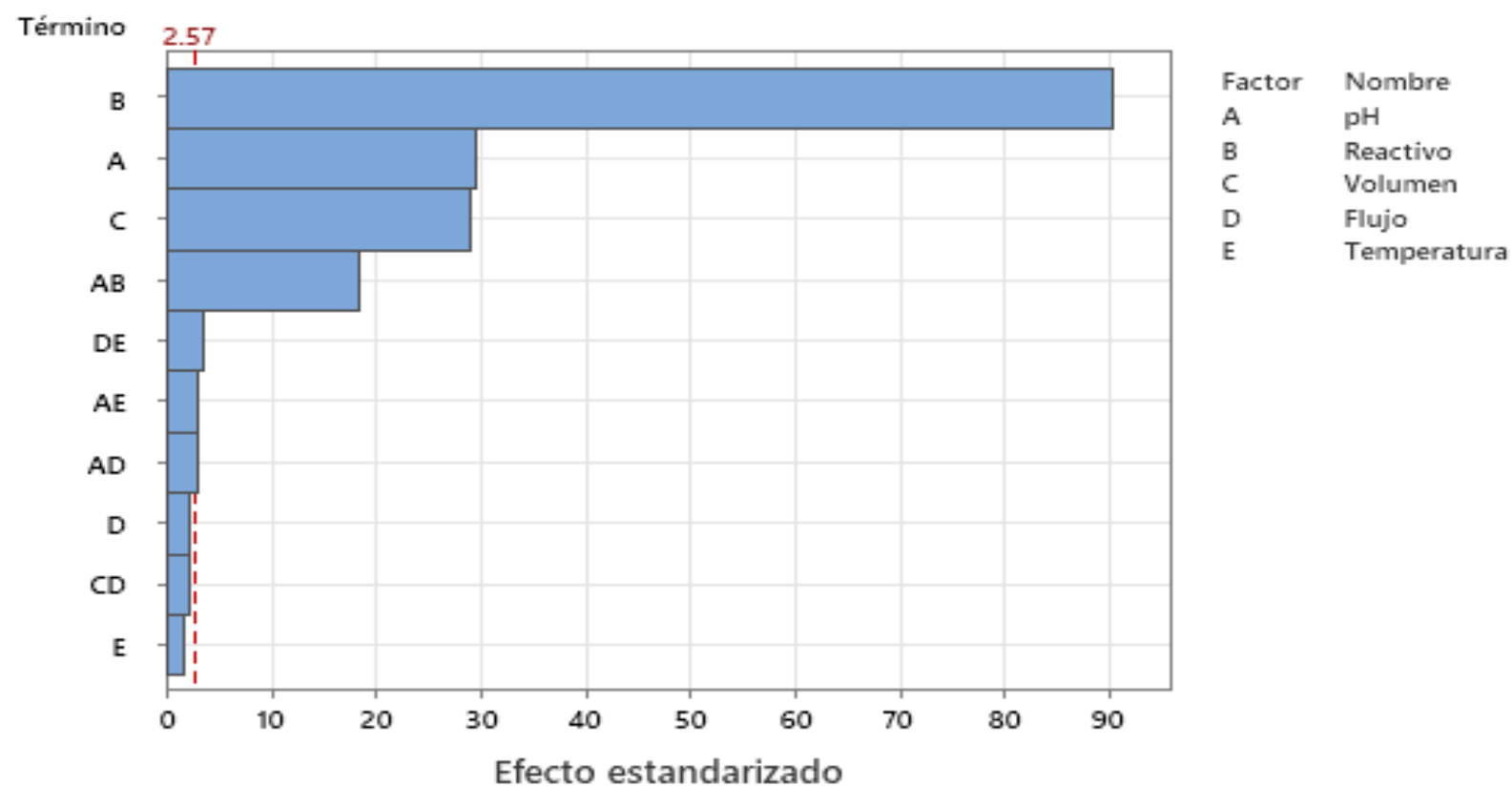
CD + ABE

CE + ABD

DE + ABC

Diagrama de Pareto de efectos estandarizados

(la respuesta es Rendimiento, $\alpha = 0.05$)



Al igual como se vio en los diseños no replicados, no hay suficientes grados de libertad para estimar el error y por consecuencia no es posible saber cuales efectos son significativos. Los pasos para encontrar el mejor Anova o Pareto fueron los siguientes:

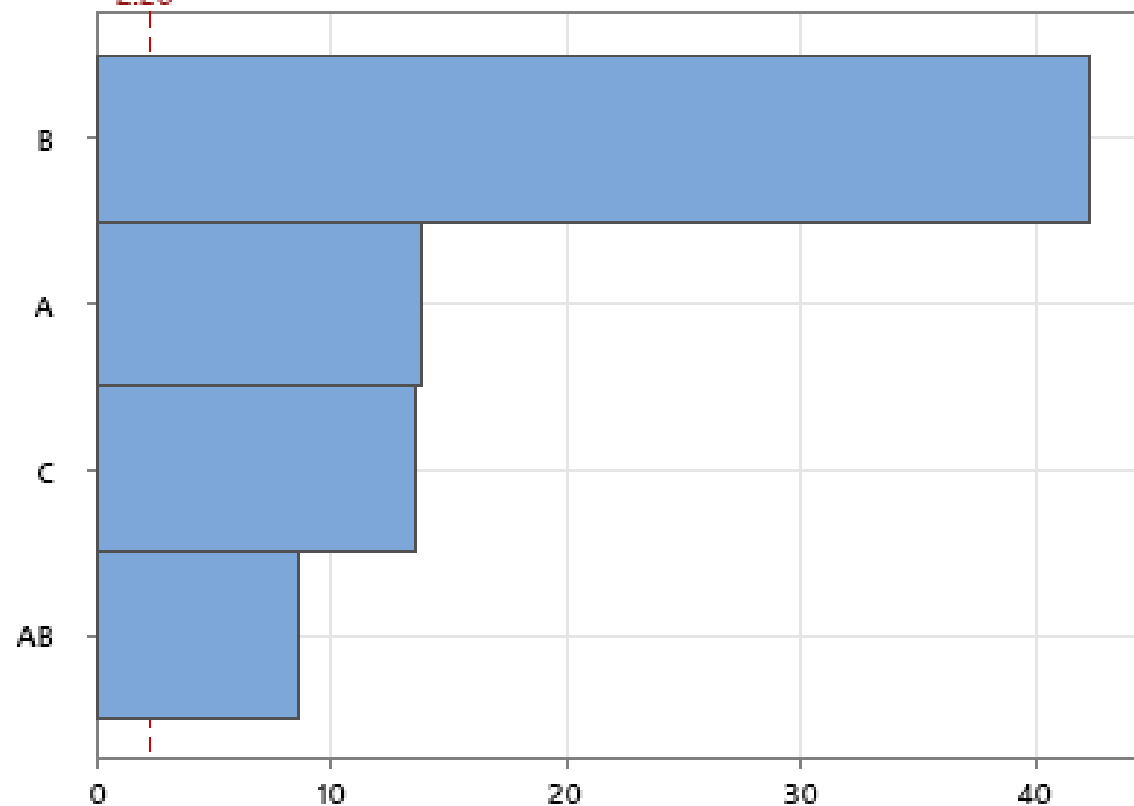
- 1) Se eliminaron los últimos cinco efectos del Pareto Normal (BE, BD, CE, AC, BC)**
- 2) Uno por Uno se fueron eliminando los efectos E, CD, D, AD, AE, finalmente DE. Con el que se llego al mejor Anova.**

Diagrama de Pareto de efectos estandarizados

(la respuesta es Rendimiento, $\alpha = 0.05$)

Término

2.20



Efecto estandarizado

Factor

Nombre

A

pH

B

Reactivo

C

Volumen

D

Flujo

E

Temperatura

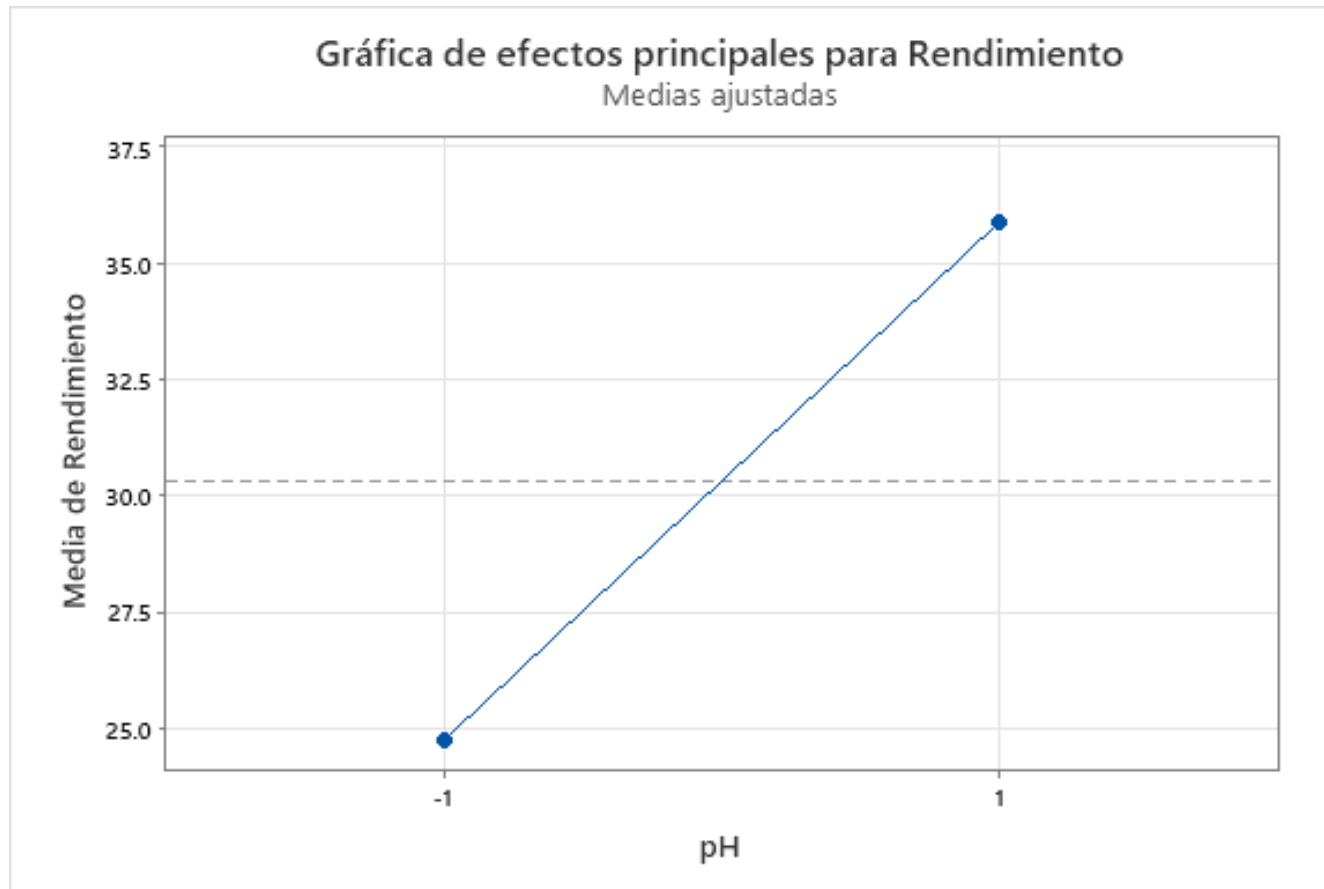
Análisis de Varianza

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	4	5747.25	1436.81	560.71	0.000
Lineal	3	5558.19	1852.73	723.02	0.000
pH	1	495.06	495.06	193.20	0.000
Reactivo	1	4590.06	4590.06	1791.24	0.000
Volumen	1	473.06	473.06	184.61	0.000
Interacciones de 2 términos	1	189.06	189.06	73.78	0.000
pH*Reactivo	1	189.06	189.06	73.78	0.000
Error	11	28.19	2.56		
Total	15	5775.44			

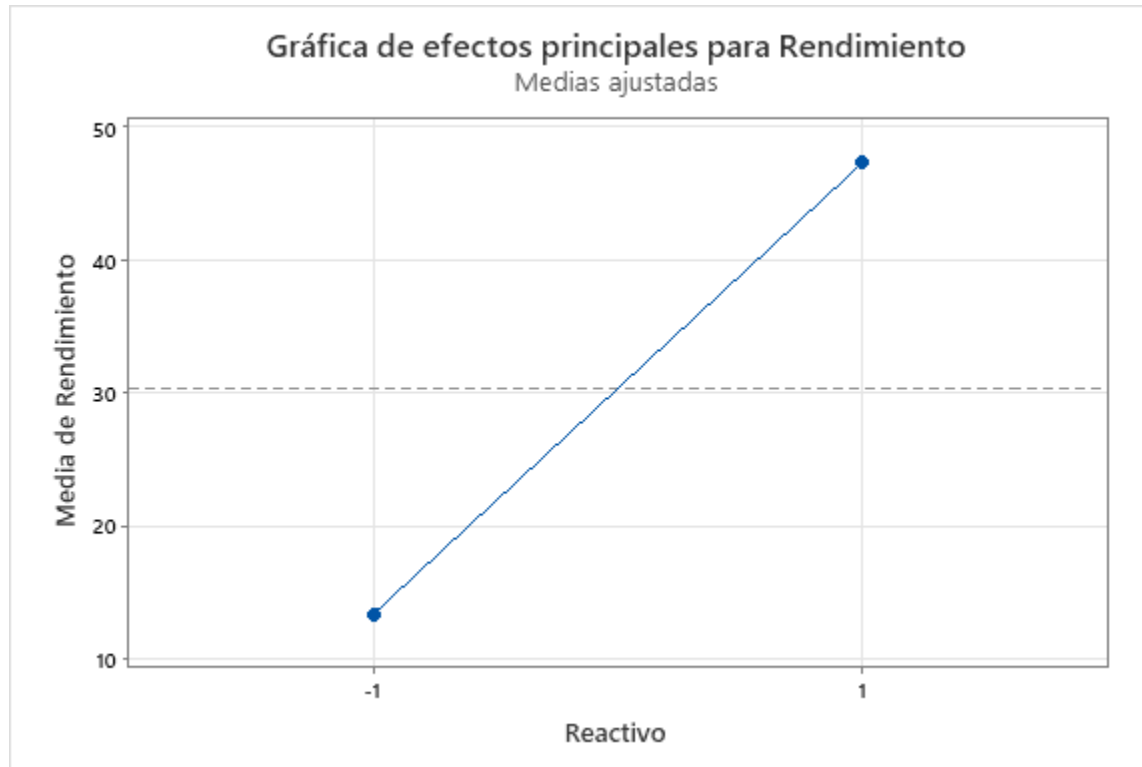
Resumen del modelo

S	R-cuadrado	R-cuadrado(ajustado)	R-cuadrado (pred)
1.60078	99.51%	99.33%	98.97%

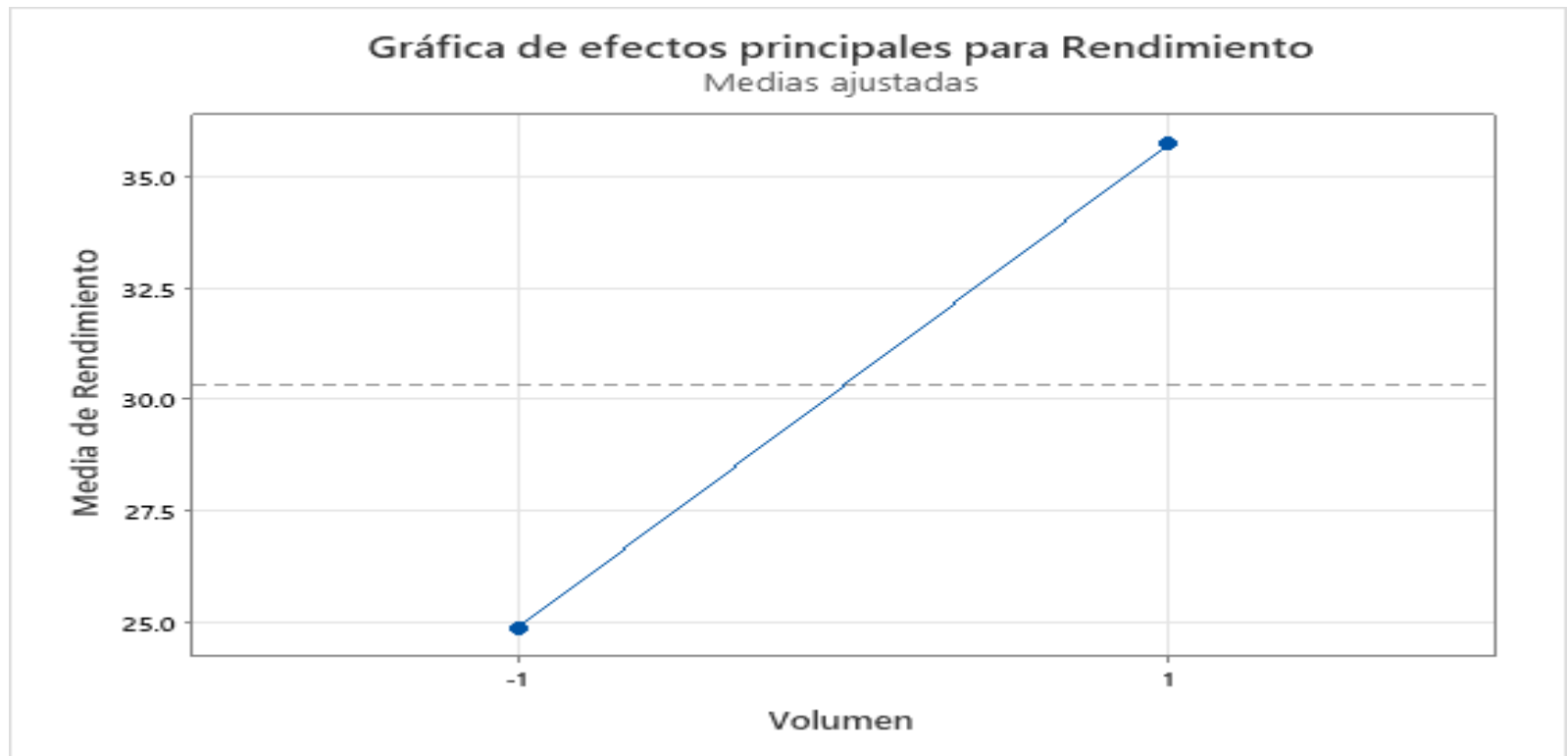
SOLO SON 4 EFECTOS SIGNIFICATIVOS: A, B, C Y AB. EL R-SQUERED (AJUSTADO) ES MUY BUENO.



Hay un efecto positivo, al cambiar de nivel bajo a nivel alto en el efecto de factor pH se incrementa el rendimiento. Para maximizar el rendimiento se recomienda nivel alto de pH.



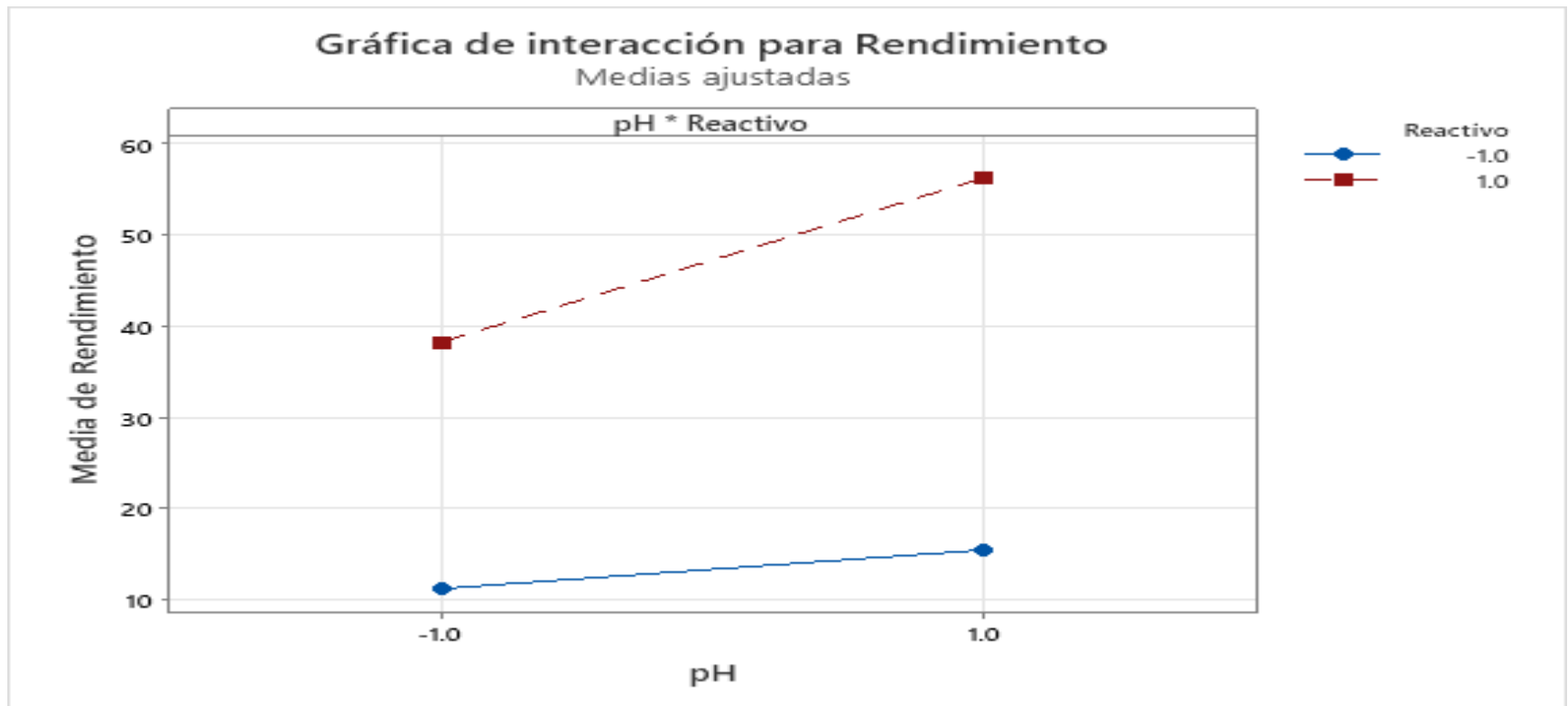
Hay un efecto positivo, al cambiar de nivel bajo a nivel alto en el efecto del factor Reactivo se incrementa el rendimiento. Para maximizar el rendimiento se recomienda nivel alto del Reactivo.



Hay un efecto positivo, al cambiar de nivel bajo a nivel alto en el efecto del factor volumen se incrementa el rendimiento. Para maximizar el rendimiento se recomienda nivel alto del volumen.

Recomendaciones de los efectos simples

pH	Reactivo	Volumen
+	+	+



Cuando se fija en nivel bajo en el efecto del factor Reactivo y se cambia de nivel bajo a nivel alto en el efecto del factor pH no hay cambio en el rendimiento.

Si se fija en el nivel alto en el efecto de del factor Reactivo y se cambia de nivel bajo a nivel alto en el efecto del factor pH, se incrementa el rendimiento.

Para maximizar se recomienda usar nivel alto del factor pH y nivel alto del factor Reactivo.

Recomendaciones finales

Por los efectos simples

pH	Reactivo	Volumen
+	+	+

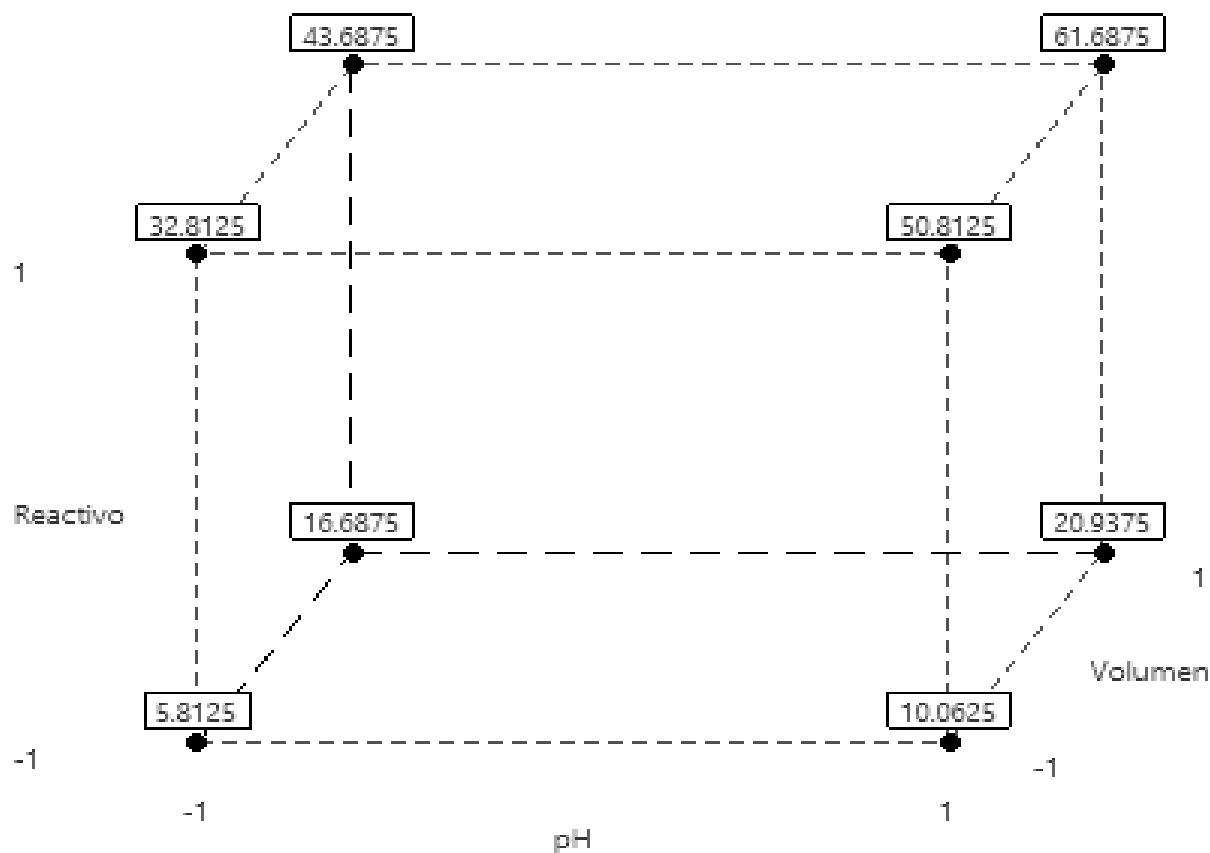
Por el efecto de interacción AB

pH	Reactivo
+	+

Recomendaciones final

pH	Reactivo	Volumen
+	+	+

Gráfica de cubos (medias ajustadas) de Rendimiento



pH	Reactivo	Volumen	Promedio
+	+	+	61.68