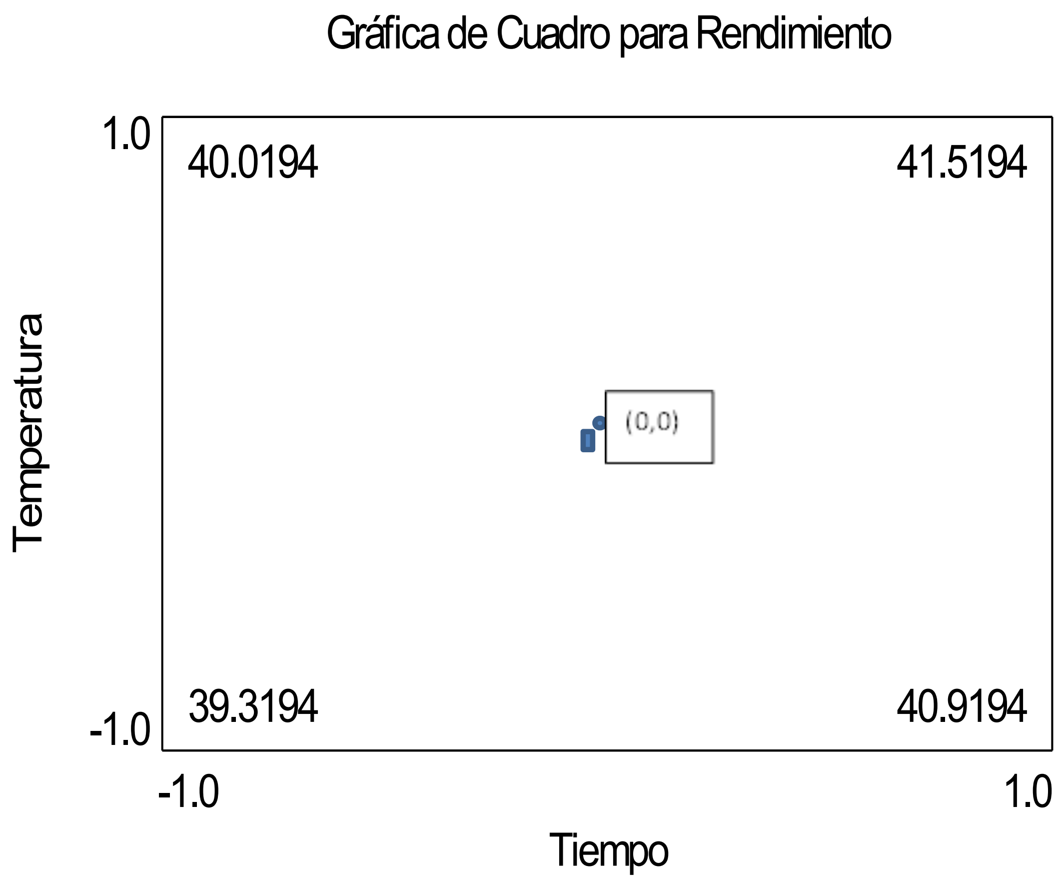
DISEÑOS 2 A LA K CON PUNTOS CENTRALES

2 AL K CON PUNTOS AL CENTRO

INTRODUCCION

- Un motivo de preocupación potencial en el uso de diseños factoriales de dos niveles es la suposición de linealidad en los efectos de los factores.
- Existe sin embargo un método para replicar ciertos puntos en un diseño factorial 2^k, lo cual protegerá contra la curvatura (falta de linealidad) además de permitir obtener estimaciones de error de manera independiente.
- Dicho método consiste en agregar puntos centrales al diseño 2^k, para lo cual se hacen n réplicas en los puntos $X_i = 0$ ($i = 1,2 ...,k$).
- Un aspecto importante es que al agregar los puntos centrales, no se afectaran las estimaciones usuales de los efectos en el diseño.

Para ilustrar el método, considérese un diseño 2^2 con una observación en cada uno de los puntos factoriales (-,-), (+,-), (-,+) y (+,+) y n_c observaciones en los puntos centrales (0,0). En la siguiente figura se ilustra la situación.


Gráfica de Cuadro para Rendimiento
1.0
-1.0
40.0194
41.5194
39.3194
40.9194
(0,0)
-1.0
1.0
Tiempo
Temperatura

Sea $\overline{y}_F$ el promedio de las cuatro corridas en los cuatro puntos factoriales y sea $\overline{y}_C$ el promedio de las n_c corridas en el punto central. Si la diferencia $\overline{y}_F - \overline{y}_c$ es pequeña, entonces los puntos centrales se encuentran en el plano que pasa por los puntos factoriales (o cerca de él), y no hay curvatura.

Por otro lado, si $\overline{y}_F - \overline{y}_c$ es grande, entonces existe curvatura.

Una suma de cuadrados para la curvatura con un solo grado de libertad está dada por

$$SS_{Curvatura} = \frac{n_F n_C (\overline{Y}_F - \overline{Y}_C)^2}{n_F + n_C}$$

donde, en general, n_F es el número de puntos en el diseño factorial.

Esta cantidad puede compararse con el cuadrado medio de error para probar la curvatura y obtener un valor de P de la curvatura

EJEMPLO

Un ingeniero químico se encuentra estudiando el rendimiento de un proceso. Existen dos factores de interés, A:tiempo y B:temperatura de reacción. Debido a que tiene duda acerca de la suposición de linealidad en la región que explora, el ingeniero decide realizar un diseño 2^2 (con una sola replica de cada corrida factorial) aumentada con 5 puntos al centrales. Los datos de rendimiento se muestran a continuación:

Tiempo	Temperatura	Tiempo	Temperatura	Respuesta
Variables	Naturales	Variables	Codificadas	Y
ε_1	ε_2	X_1	X_2	
30	150	-1	-1	39.3
40	150	1	-1	40.9
30	160	-1	1	40.0
40	160	1	1	41.5
35	155	0	0	40.3
35	155	0	0	40.6
35	155	0	0	40.7
35	155	0	0	40.2
35	155	0	0	40.6

$$x_1 = \frac{\varepsilon_1 - 35}{5} \qquad x_2 = \frac{\varepsilon_2 - 155}{5}$$

$$x_1 = \frac{\varepsilon_1 - 35}{5}$$

$$x_2 = \frac{\varepsilon_2 - 155}{5}$$

$$x_1 = \frac{30 - 35}{5} = -1$$

$$x_2 = \frac{150 - 155}{5} = -1$$

$$x_1 = \frac{40 - 35}{5} = 1$$

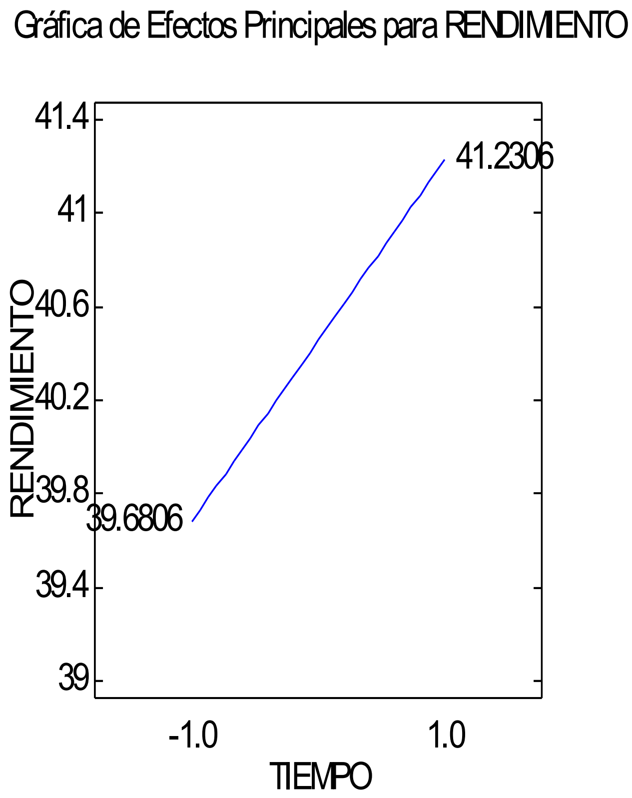
$$x_2 = \frac{160 - 155}{5} = 1$$

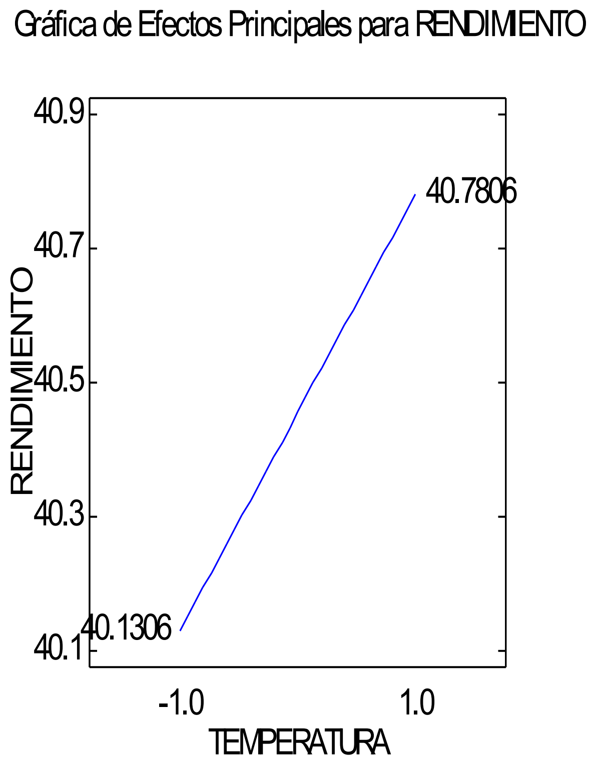
Natural	codificado	Natural	codificado
e1	x1	e2	x2
45	2	165	2
52	3.4	180	5
64	5.8	202	9.4
78	8.6	148	-1.4
25	-2	130	-5
18	-3.4	123	-6.4

Fuente	*Suma de Cuadrados*	*Gl*	*Cuadrado Medio*	*Razón-F*	*Valor-P*
A:TIEMPO	**2.4025**	**1**	**2.4025**	**51.12**	**0.0020**
B:TEMPERATURA	**0.4225**	**1**	**0.4225**	**8.99**	**0.0400**
AB	**0.0025**	**1**	**0.0025**	**0.05**	**0.8289**
Falta de ajuste	**0.00672222**	**1**	**0.00672222**	**0.14**	**0.7245**
Error puro	**0.188**	**4**	**0.047**		
Total (corr.)	**3.02222**	**8**			

SON SIGNIFICATIVOS LOS EFECTOS DE A Y B, NO HAY EFECTO DE CURVATURA. Lo que nos garantiza que se puede ajustar un modelo lineal. Se tiene un R-cuadrado ajustado de 87.55% el cual se considera aceptable.

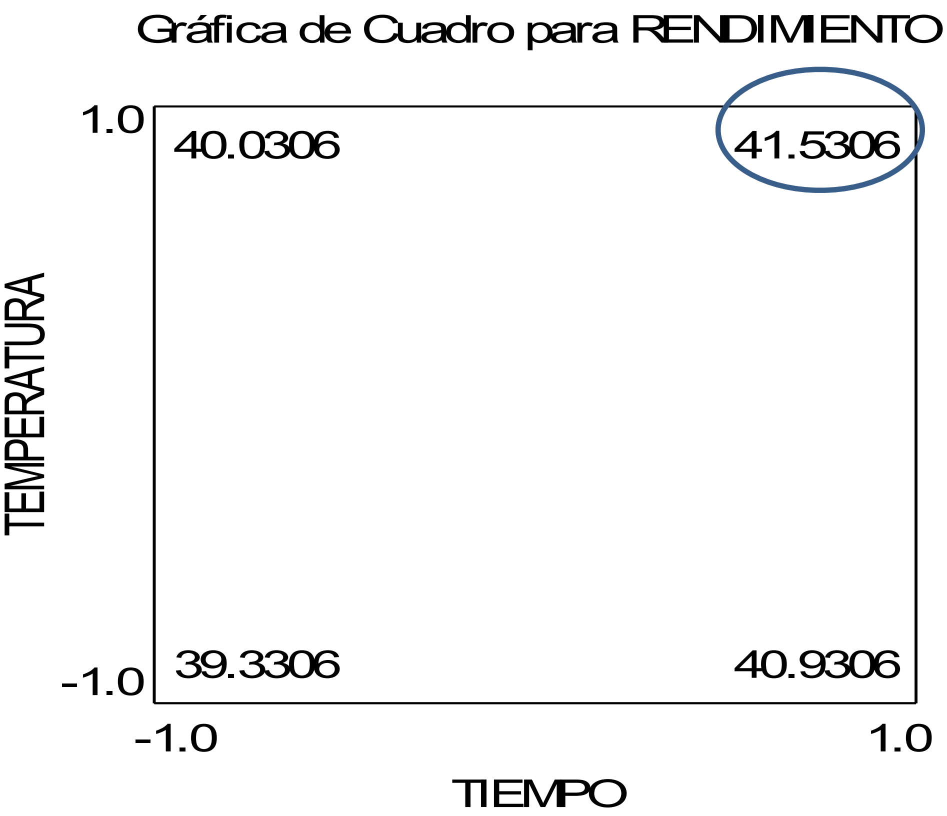
Efectos simples





CON A(+) SE TIENE MAYOR RENDIMIENTO.

CON B(+) SE TIENE MAYOR RENDIMIENTO.



CON A(+) Y B(+) SE TIENE MAYOR RENDIMIENTO.

SERAACE

Servicio de Actualización Académica y Capacitación en Estadística