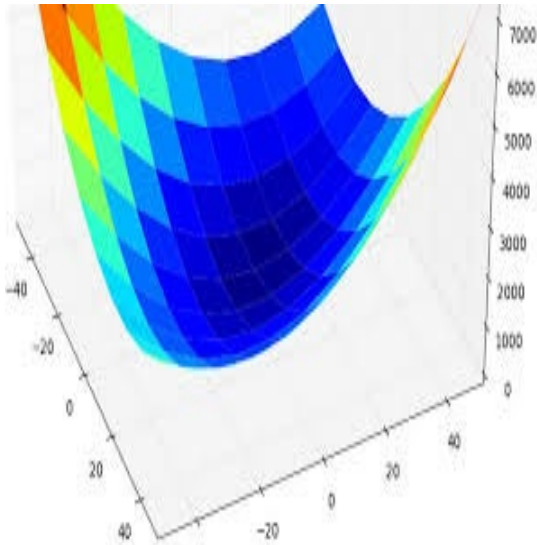


“Diseños 2 a la k no replicados” (DOE)



Instructor: Dr. Porfirio Gutiérrez González
pgutierrezglez@gmail.com

UNA SOLA RÉPLICA EN EL DISEÑO 2^k

EL AUMENTAR EL NUMERO DE FACTORES EN UN DISEÑO 2^k CRECE RAPIDAMENTE EL NUMERO DE TRATAMIENTOS Y POR TANTO EL NUMERO DE CORRIDAS EXPERIMENTALES. POR EJEMPLO UN DISEÑO 2^5 TIENE 32 COMBINACIONES O TRATAMIENTOS, UN 2^6 TIENE 64 COMBINACIONES, Y ASI SUCESIVAMENTE.

USUALMENTE LOS RECURSOS SON LIMITADOS, DE TAL MANERA QUE EL EXPERIMENTADOR SOLO PUEDE EJECUTAR UNA VEZ EL EXPERIMENTO.

UNA SOLA REPLICA DEL FACTORIAL 2^k COMPLETO ES UNA ESTRATEGIA ADECUADA CUANDO SE TIENEN 4 O MAS FACTORES.

UNA SOLA RÉPLICA EN EL DISEÑO 2^k

EL AUMENTAR EL NUMERO DE FACTORES EN UN DISEÑO 2^k CRECE RAPIDAMENTE EL NUMERO DE TRATAMIENTOS Y POR TANTO EL NUMERO DE CORRIDAS EXPERIMENTALES. POR EJEMPLO UN DISEÑO 2^5 TIENE 32 COMBINACIONES O TRATAMIENTOS, UN 2^6 TIENE 64 COMBINACIONES, Y ASI SUCESIVAMENTE.

USUALMENTE LOS RECURSOS SON LIMITADOS, DE TAL MANERA QUE EL EXPERIMENTADOR SOLO PUEDE EJECUTAR UNA VEZ EL EXPERIMENTO.

UNA SOLA REPLICA DEL FACTORIAL 2^k COMPLETO ES UNA ESTRATEGIA ADECUADA CUANDO SE TIENEN 4 O MAS FACTORES.

Diseño 2⁴ no replicado

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
A:Factor_A	1870.56	1	1870.56		
B:Factor_B	39.0625	1	39.0625		
C:Factor_C	390.063	1	390.063		
D:Factor_D	855.563	1	855.563		
AB	0.0625	1	0.0625		
AC	1314.06	1	1314.06		
AD	1105.56	1	1105.56		
BC	22.5625	1	22.5625		
BD	0.5625	1	0.5625		
CD	5.0625	1	5.0625		
ABC	14.0625	1	14.0625		
ABD	68.0625	1	68.0625		
ACD	10.5625	1	10.5625		
BCD	27.5625	1	27.5625		
ABCD	7.5625	1	7.5625		
Error total	0.0	0			
Total (corr.)	5730.94	15			

Nótese que $abcd(n-1)$ son los grados de libertad del error, donde n representa el número de replicas, al ser un diseño no replicado el valor de $n=1$, al sustituir el valor de n se tiene que $abcd(1-1)=0$ grados de libertad para el error, de esta forma no se podrá calcular el cuadrado medio del error y en consecuencia ninguna F teórica.

PROBLEMA de sólo hacer una replica de este diseño es que no se tendrán grados de libertad para estimar el error, y con ello no se podrá hacer el anova de manera directa, para ver qué efectos son significativos.

SOLUCION

Suponer de antemano que las interacciones de tres o mas factores no son significativos y enviar sus grados de libertad al error. sin embargo, es recomendable que antes de enviar al error las interacciones triples se verifiquen mediante técnicas graficas que efectivamente son despreciables.

Se deben eliminar o enviar al error al menos entre 7 efectos para que tenga mayores posibilidades de estar bien estimado.

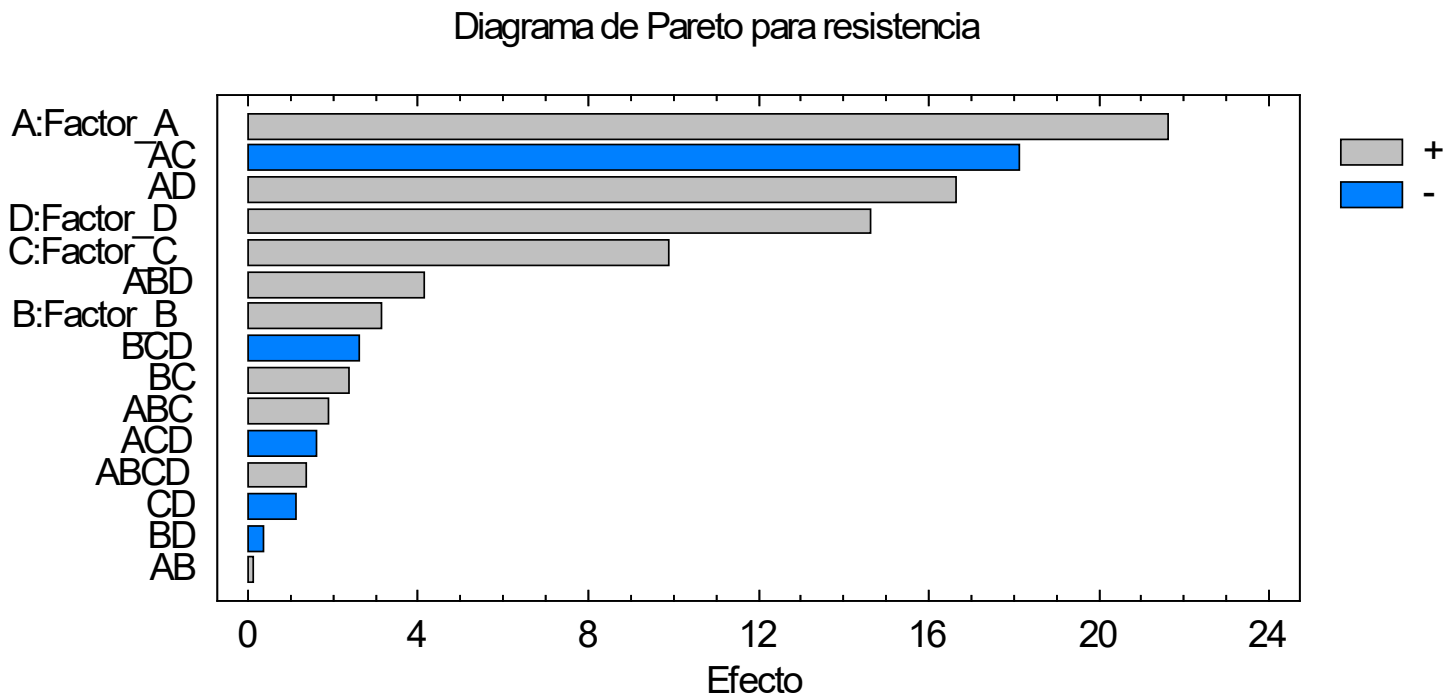
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Factor_A	1870.56	1	1870.56	73.18	0.0004
Factor_B	39.0625	1	39.0625	1.53	0.2713
Factor_C	390.063	1	390.063	15.26	0.0113
Factor_D	855.563	1	855.563	33.47	0.0022
AB	0.0625	1	0.0625	0.00	0.9625
AC	1314.06	1	1314.06	51.41	0.0008
AD	1105.56	1	1105.56	43.25	0.0012
BC	22.5625	1	22.5625	0.88	0.3906
BD	0.5625	1	0.5625	0.02	0.8879
CD	5.0625	1	5.0625	0.20	0.6749
Error total	127.813	5	25.5625		
Total (corr.)	5730.94	15			

ABC	14.0625	1
ABD	68.0625	1
ACD	10.5625	1
BCD	27.5625	1
ABCD	7.5625	1
SUMA	127.813	5

R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 93.3093 por ciento

PARETO NORMAL

Graficar todos los efectos estimados, incluidas las interacciones de orden mayor, en un diagrama de Pareto, y en el verificar si el efecto de las interacciones de alto orden son poco importantes, si es el caso se eliminan. Pero si el efecto de alguna interacción de alto orden está entre los efectos importantes, ésta se deja, y el resto se elimina.

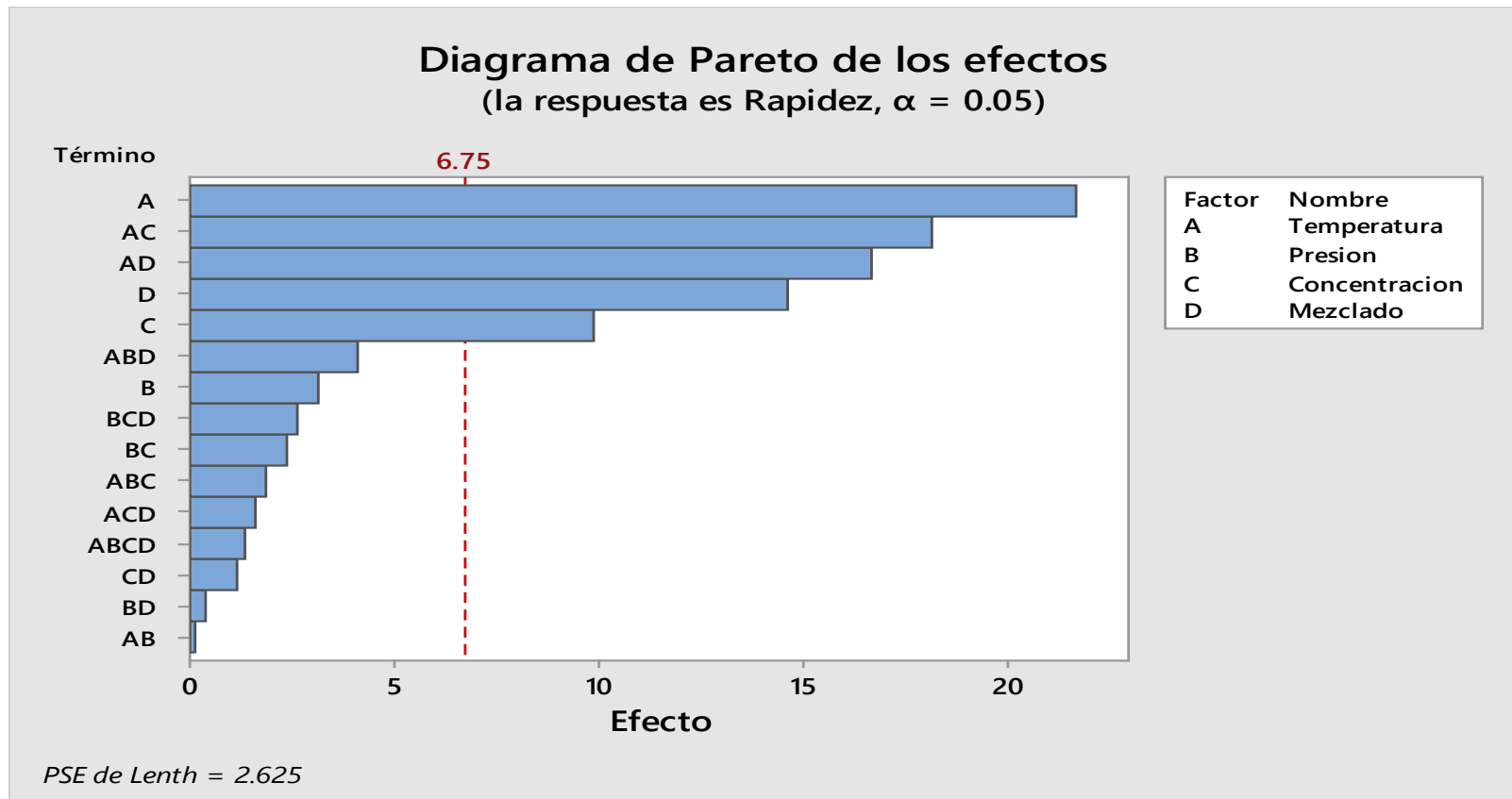


Ejemplo diseño 2 a la k no replicado

Un producto químico se produce en un recipiente a presión. Se realiza un experimento factorial en la planta piloto para estudiar los efectos que se cree influyen sobre la tasa de filtración de ese producto. Los cuatro factores son temperatura A, presión B, concentración de los reactivos C, y rapidez del mezclado D. Cada factor esta presente en dos niveles. El ingeniero de proceso está interesado en maximizar la rapidez de filtración. Las condiciones actuales dan por resultado una velocidad de filtración aproximadamente de 75 gal/h. Además en el proceso se utiliza actualmente el nivel alto del factor C (concentración de reactivos). El ingeniero desea reducir todo lo posible esta concentración de reactivos, pero ha sido incapaz de hacerlo en virtud de que ello siempre ha dado por resultado menores velocidades de filtración. Cada factor esta presente en dos niveles. Los datos recopilados se presentan a continuación:

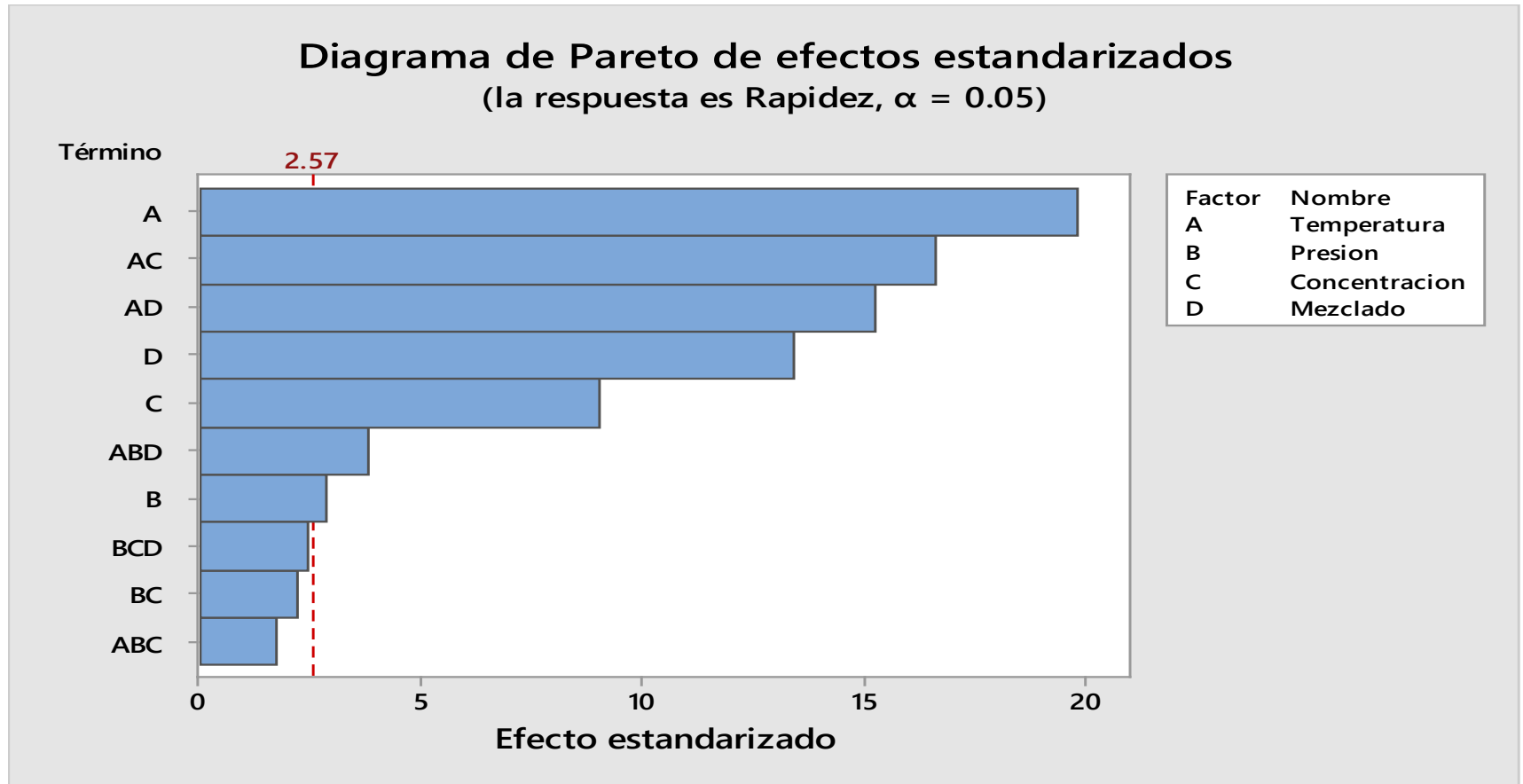
	FACTORES			COMBINACION DE TRATAMIENTOS	RAPIDEZ DE FILTRACION
A	B	C	D		
-1	-1	-1	-1	(1)	45
1	-1	-1	-1	a	71
-1	1.	-1.	-1	b	48
1.	1.	-1.	-1	ab	65
-1.	-1.	1.	-1	c	68
1	-1	1	-1	ac	60
-1.	1.	1.	-1	bc	80
1.	1.	1.	-1	abc	65
-1.	-1.	-1.	1	d	43
1.	-1.	-1.	1	ad	100
-1.	1.	-1.	1	bd	45
1.	1.	-1.	1	abd	104
-1.	-1.	1.	1	cd	75
1.	-1.	1.	1	acd	86
-1.	1.	1.	1	bcd	70
1.	1.	1.	1	abcd	96

PARETO NORMAL



EFFECTOS IMPORTANTES: A:Temperatura, AC: interacción de temperatura y concentración, AD: interacción de temperatura y mezclado, D:Mezclado, C: Concentración.

Eliminando los últimos 5 efectos del diagrama de Pareto anterior (AB, BD, CD, ABCD, ACD), se obtiene el Diagrama de Pareto estandarizado



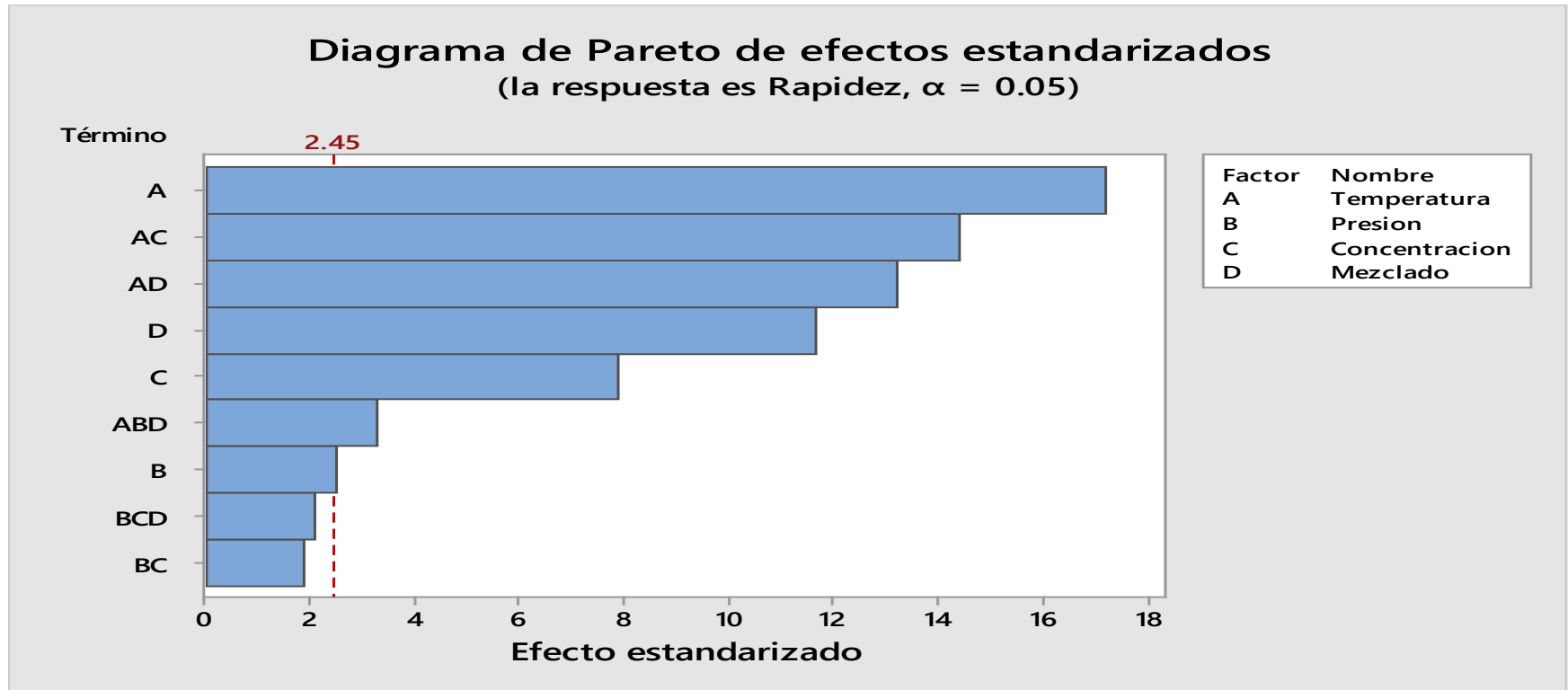
PRIMER ANOVA PRELIMINAR

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
A:Temperatura	1870.56	1	1870.56	392.77	0.0000
B:Presion	39.0625	1	39.0625	8.20	0.0352
C:concentracion	390.063	1	390.063	81.90	0.0003
D:Mezclado	855.563	1	855.563	179.65	0.0000
AC	1314.06	1	1314.06	275.92	0.0000
AD	1105.56	1	1105.56	232.14	0.0000
BC	22.5625	1	22.5625	4.74	0.0815
ABC	14.0625	1	14.0625	2.95	0.1464
ABD	68.0625	1	68.0625	14.29	0.0129
BCD	27.5625	1	27.5625	5.79	0.0612
Error total	23.8125	5	4.7625		
Total (corr.)	5730.94	15			

R-cuadrada = **99.5845** porciento

R-cuadrada (ajustada por g.l.) = **98.7535** porciento

En el primer ANOVA Preliminar, el efecto con el valor más grande de P, es el efecto de interacción ABC, mismo que ocupa el último lugar en el diagrama de Pareto estandarizado anterior. Dicho Efecto es eliminado, para obtener el siguiente diagrama de Pareto estandarizado:



Segundo ANOVA Preliminar

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
A:Temperatura	1870.56	1	1870.56	296.33	0.0000
B:Presion	39.0625	1	39.0625	6.19	0.0473
C:concentracion	390.063	1	390.063	61.79	0.0002
D:Mezclado	855.563	1	855.563	135.53	0.0000
AC	1314.06	1	1314.06	208.17	0.0000
AD	1105.56	1	1105.56	175.14	0.0000
BC	22.5625	1	22.5625	3.57	0.1076
ABD	68.0625	1	68.0625	10.78	0.0167
BCD	27.5625	1	27.5625	4.37	0.0816
Error total	37.875	6	6.3125		
Total (corr.)	5730.94	15			

R-cuadrada = **99.3391** porciento

R-cuadrada (ajustada por g.l.) = **98.3478** porciento

- ❑ El efecto con mayor valor de P en el segundo anova preliminar es la interacción BC, mismo que ocupa el ultimo lugar del diagrama de Pareto estandarizado, por lo que el efecto de interacción BC es el siguiente efecto a eliminar.
- ❑ De esta misma forma, encontraremos que el siguiente efecto que se eliminara es el efecto triple BCD, en seguida será el efecto simple de B, hasta llegar a que el ultimo efecto por eliminar es el efecto de interacción ABD, por lo que el mejor Anova es:

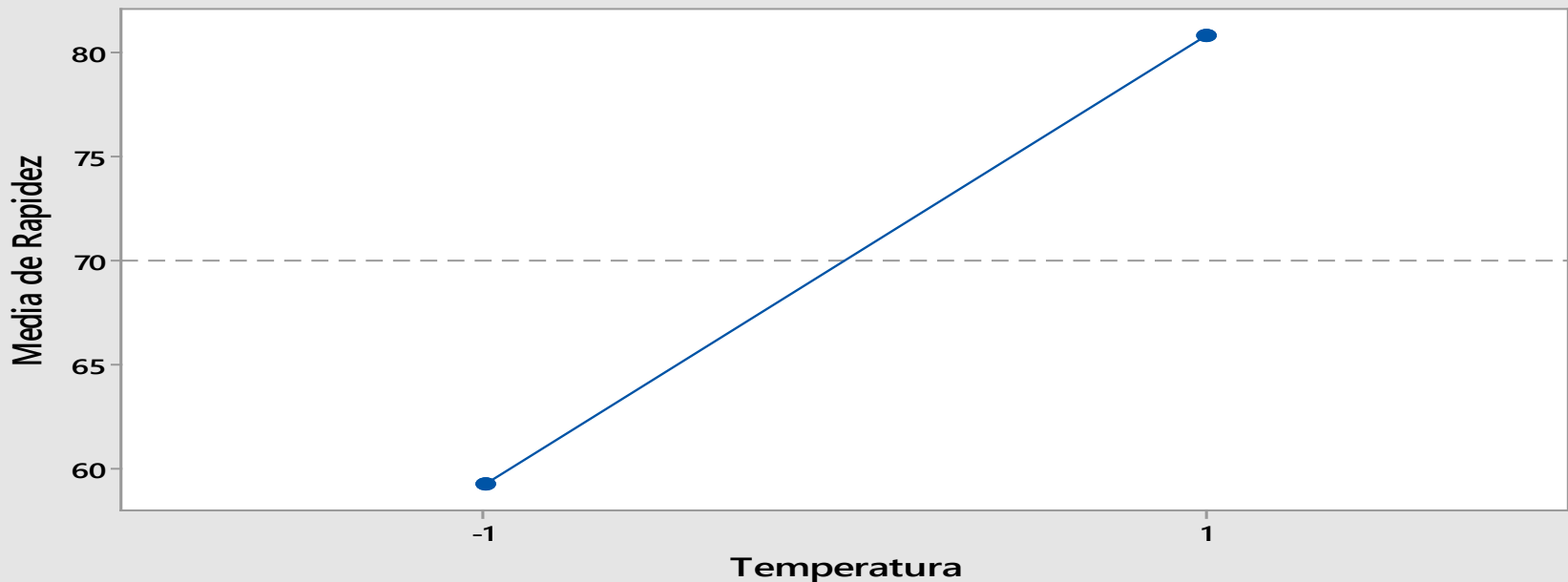
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Temperatura	1870.56	1	1870.56	95.86	0.0000
C:concentracion	390.063	1	390.063	19.99	0.0012
D:Mezclado	855.563	1	855.563	43.85	0.0001
AC	1314.06	1	1314.06	67.34	0.0000
AD	1105.56	1	1105.56	56.66	0.0000
Error total	195.125	10	19.5125		
Total (corr.)	5730.94	15			

R-cuadrada = 96.5952 por ciento

R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 94.8929 por ciento

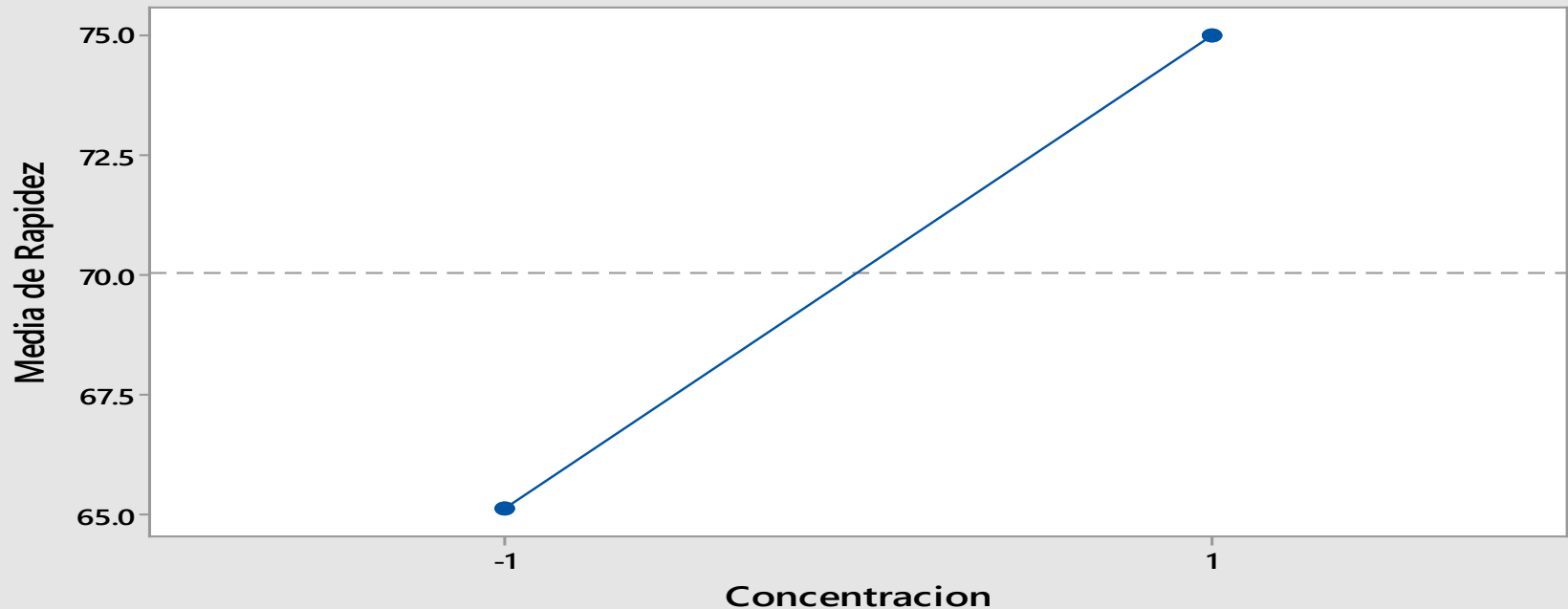
Con una confianza estadística del 95% los efectos que son significativos son los siguientes: A:Temperatura, C:Concentración, D:Mezclado, AC: interacción de temperatura y concentración, AD: interacción de temperatura y rapidez.

Gráfica de efectos principales para Rapidez
Medias ajustadas

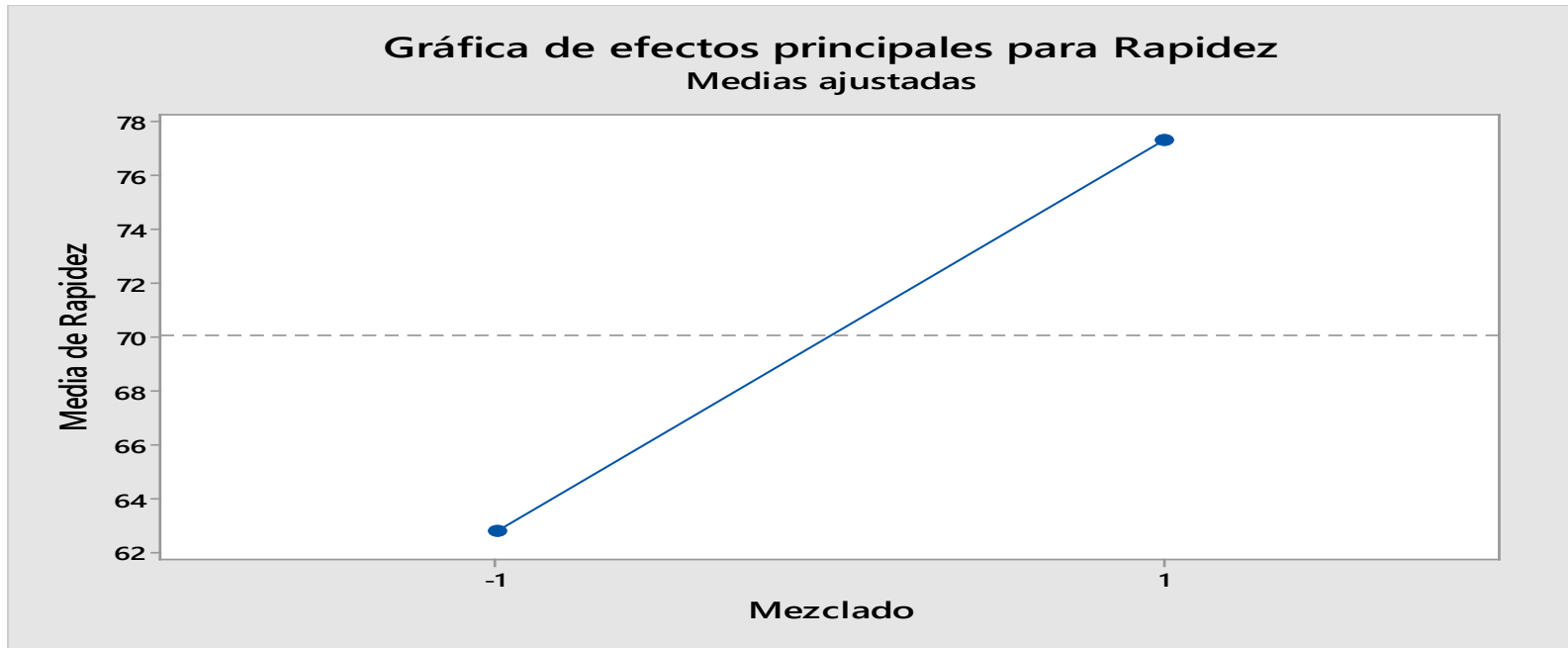


- ❑ Se observa un efecto positivo, cuando se cambia la temperatura de nivel bajo a nivel alto se incrementa la rapidez de tasa de filtración.
- ❑ Para mayor rapidez se recomienda usar el nivel alto del efecto simple del factor temperatura(A).

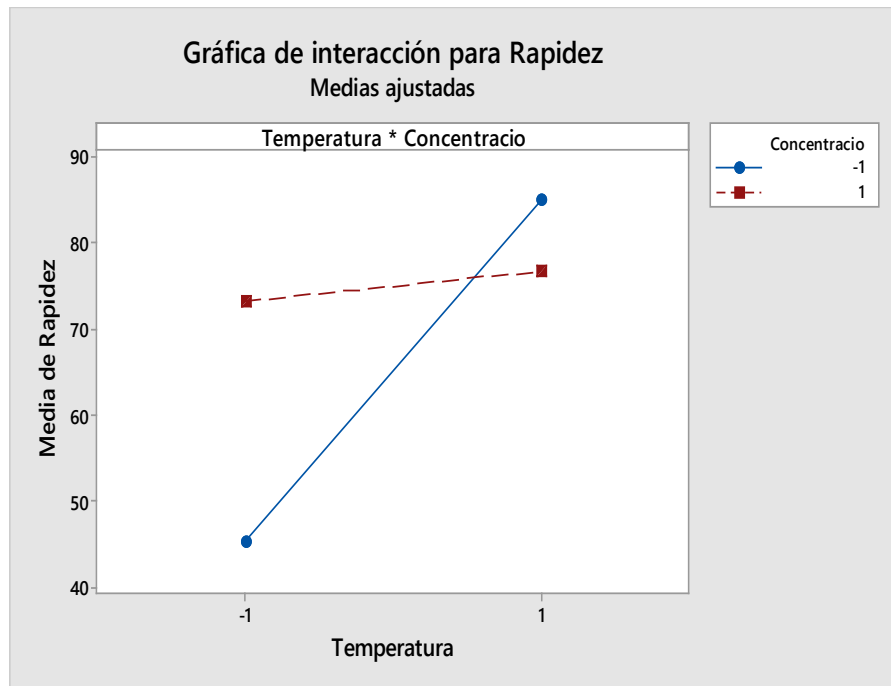
Gráfica de efectos principales para Rapidez
Medias ajustadas



- ❑ Se observa un efecto positivo, cuando se cambia la concentración de nivel bajo a nivel alto se incrementa la rapidez de tasa de filtración.
- ❑ Para mayor rapidez se recomienda usar el nivel alto del efecto simple del factor concentración (C).



- ☐ Se observa un efecto positivo, cuando se cambia de nivel bajo a nivel alto el mezclado se incrementa la rapidez de tasa de filtración.
- ☐ Para mayor rapidez se recomienda usar el nivel alto del efecto simple del factor Mezclado (D).

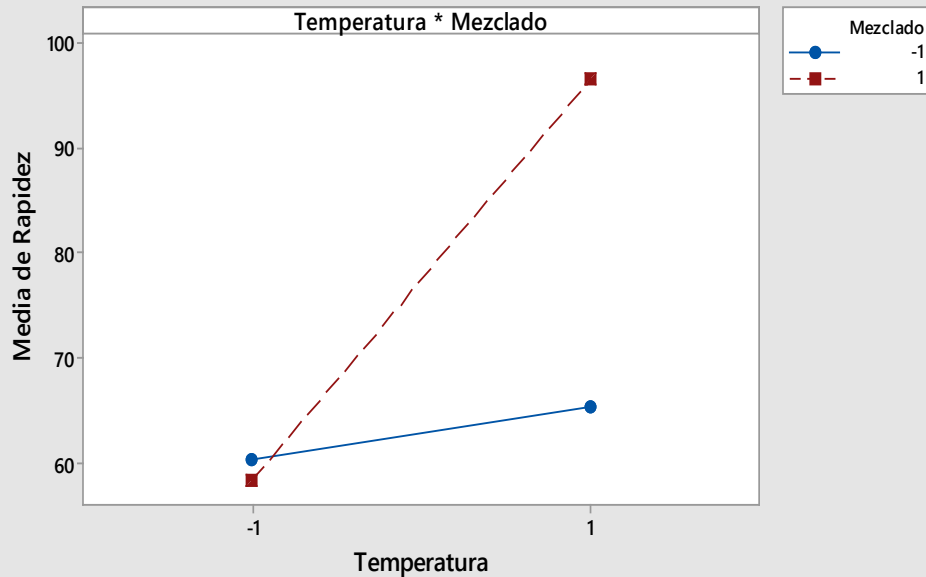


Temperatura	Concentracion
+	-

- ❑ Cuando se fija en nivel alto del efecto de la concentración (C) y se cambia de nivel bajo a nivel alto en el efecto de la temperatura (A), no hay cambio en la rapidez de la tasa de filtración.
- ❑ Cuando se fija en el nivel bajo del efecto de la concentración (C) y se cambia de nivel bajo a nivel alto en el efecto de la temperatura (A) se incrementa notablemente la rapidez de tasa de filtración.
- ❑ Para maximizar se recomienda usar nivel alto de temperatura (A) y nivel bajo de la concentración (C).

Gráfica de interacción para Rapidez

Medias ajustadas



Temperatura	Mezclado
+	+

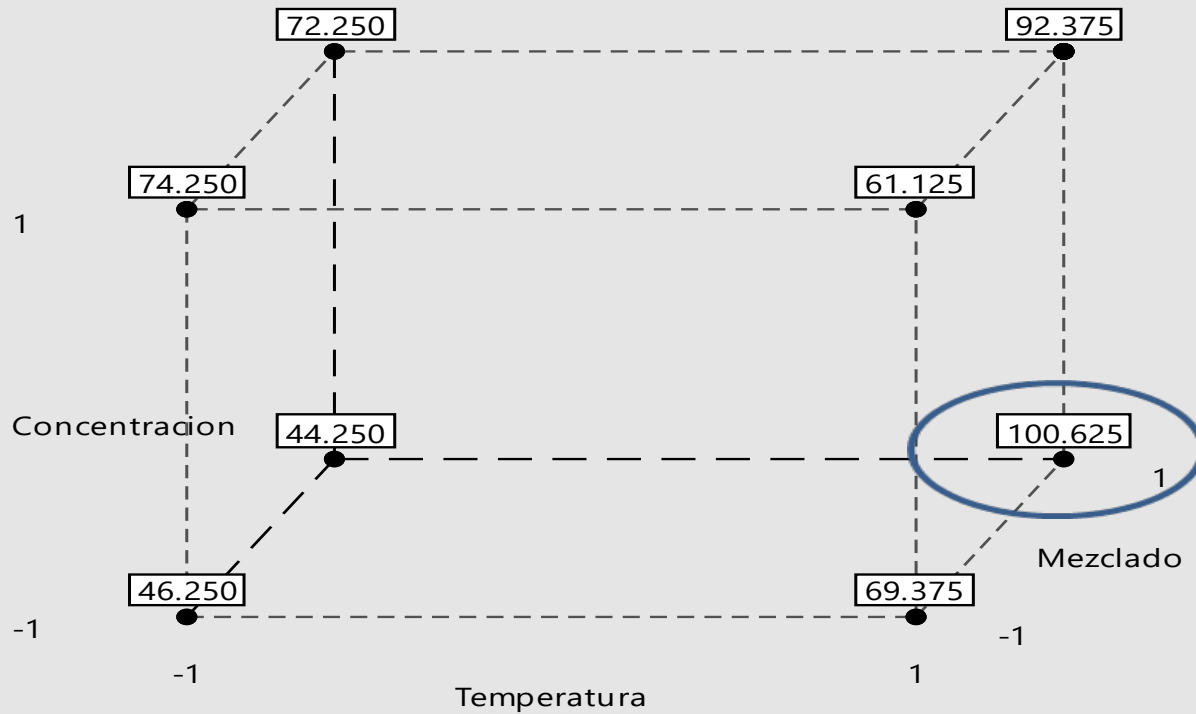
- ❑ Cuando se fija en el nivel bajo del efecto de la temperatura (A) y se cambia de nivel bajo a nivel alto en el mezclado (D) no se observa algún cambio significativo en la rapidez de la tasa de filtración.
- ❑ Mas sin embargo si se fija en el nivel alto en el efecto de la temperatura (A) y se cambia de nivel bajo a nivel alto en el efecto de mezclado (D) se incrementa notablemente la rapidez de tasa de filtración.
- ❑ Para maximizar se recomienda usar nivel alto de temperatura (A) y nivel alto de mezclado (D).

RECOMENDACIONES PARA MAXIMIZAR LA TASA DE FILTRACION

- ❑ Tomando en cuenta las recomendaciones de los efectos simples significativos y las recomendaciones de los efectos de interacción significativas, las condiciones para maximizar la tasa de filtración son un nivel alto (+) para la temperatura, un nivel bajo (-) para la concentración de reactivos y un nivel alto (+) de rapidez de mezclado.
- ❑ En este caso, el factor Presión no fue significativo ni en efecto simple y ni está interactuando significativamente con ningún otro factor, por lo que se puede trabajar en cualquier nivel, que en este contexto lo indicaremos con el signo \$.

Temperatura	Concentración de reactivos	Rapidez de mezclado
+	-	+

Gráfica de cubos (medias ajustadas) de Rapidez



DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS ANTERIORES

- ❑ Por los resultados de la tabla de Anova y del Pareto, encontramos que el efecto de la interacción temperatura y concentración (AC) es más importante que el efecto simple del factor concentración (C), lo que hace que aparentemente los resultados de la grafica del efecto simple de la temperatura (C) y la grafica de la interacción de la temperatura y la concentración (AC) se contradigan.
- ❑ Ya que por un lado la grafica de efectos simple nos recomienda usar el nivel alto del efecto del factor temperatura (C), mientras que la grafica de interacción de temperatura y concentración, nos recomienda que es mejor el nivel bajo de concentración (C).
- ❑ En estos casos cuando el efecto de interacción es más importante que el efecto simple, se toma en cuenta los resultados de la interacción.

Por consiguiente conforme a los resultados anteriores:

La combinación que se recomienda usar es la de nivel alto del efecto de temperatura (A), y el nivel bajo del efecto de concentración (C), nivel alto del efecto de rapidez de mezclado (D) y el efecto de la presión (B) se fijará en nivel que más convenga (puede ser económico o de mayor facilidad de aplicación) ya que el factor no influye ni por si solo y ni está interactuando.