

DISEÑOS FACTORIALES 2 A LA K

DISEÑOS FACTORIALES 2^K

- Los diseños factoriales son ampliamente utilizados en experimentos en los que intervienen varios factores y cada factor tiene solo 2 niveles.

Si se tiene 2 factores: **Factor A, Factor B.**

Factor A: $\begin{cases} \text{nivel bajo} \\ \text{nivel alto} \end{cases}$

Factor B: $\begin{cases} \text{nivel bajo} \\ \text{nivel alto} \end{cases}$

nivel bajo = -ó - 1 *nivel alto* = +ó 1

Factor A: $\begin{cases} - \text{ó} - 1 \\ + \text{ó} 1 \end{cases}$

Factor B: $\begin{cases} - \text{ó} - 1 \\ + \text{ó} 1 \end{cases}$

$2^2 = 4$ **COMBINACIONES**

FACTOR A	FACTOR B
-	-
+	-
-	+
+	+

DISEÑOS FACTORIALES 2^k

Si se tiene 3 factores: Factor A, Factor B, Factor C.

Factor A: $\begin{cases} - \\ + \end{cases}$

Factor B: $\begin{cases} - \\ + \end{cases}$

Factor C: $\begin{cases} - \\ + \end{cases}$

$2^3 = 8$ COMBINACIONES

FACTOR A	FACTOR B	FACTOR C
-	-	-
+	-	-
-	+	-
+	+	-
-	-	+
+	-	+
-	+	+
+	+	+

DISEÑOS FACTORIALES 2^K

Si se tiene 4 factores:

Factor A: $\begin{cases} - \\ + \end{cases}$

Factor B: $\begin{cases} - \\ + \end{cases}$

Factor C: $\begin{cases} - \\ + \end{cases}$

Factor D: $\begin{cases} - \\ + \end{cases}$

$2^4 = 16$ COMBINACIONES

FACTOR A	FACTOR B	FACTOR C	FACTOR D
-	-	-	-
+	-	-	-
-	+	-	-
+	+	-	-
-	-	+	-
+	-	+	-
-	+	+	-
+	+	+	-
-	-	-	+
+	-	-	+
-	+	-	+
+	+	-	+
-	-	+	+
+	-	+	+
-	+	+	+
+	+	+	+

$2^2 = 4$ *COMBINACIONES*

CODIGO	FACTOR A	FACTOR B
(1)	-	-
a	+	-
b	-	+
ab	+	+

$2^3 = 8$ *COMBINACIONES*

CODIGO	FACTOR A	FACTOR B	FACTOR C
(1)	-	-	-
a	+	-	-
b	-	+	-
ab	+	+	-
c	-	-	+
ac	+	-	+
bc	-	+	+
abc	+	+	+

CODIGO	FACTOR A	FACTOR B	FACTOR C	FACTOR D
(1)	-	-	-	-
a	+	-	-	-
b	-	+	-	-
ab	+	+	-	-
c	-	-	+	-
ac	+	-	+	-
bc	-	+	+	-
abc	+	+	+	-
d	-	-	-	+
ad	+	-	-	+
bd	-	+	-	+
abd	+	+	-	+
cd	-	-	+	+
acd	+	-	+	+
bcd	-	+	+	+
abcd	+	+	+	+

$2^2 = 4$ *COMBINACIONES*

A	B	AB
-	-	+
+	-	-
-	+	-
+	+	+

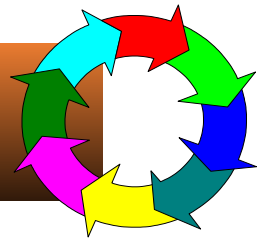
$2^3 = 8$ *COMBINACIONES*

A	B	C	AB	AC	BC	ABC
-	-	-	+	+	+	-
+	-	-	-	-	+	+
-	+	-	-	+	-	+
+	+	-	+	-	-	-
-	-	+	+	-	-	+
+	-	+	-	+	-	-
-	+	+	-	-	+	-
+	+	+	+	+	+	+

INTRODUCCION

- ❑ **Los diseños factoriales son ampliamente utilizados en experimentos en los que intervienen varios factores para estudiar el efecto conjunto de éstos sobre una respuesta.**
- ❑ **Un caso especial e importante ocurre cuando se tienen k factores, con dos niveles cada factor:**
- ❑ **Cuantitativos (valores de temperatura, presión o tiempo)**
- ❑ **Cualitativos (dos máquinas, dos operadores, los niveles “superior” e “inferior” de un factor o, la ausencia o presencia de un factor.**

APLICACIÓN: FILTRAR FACTORES



- **El diseño 2^k es particularmente útil en las primeras fases del trabajo experimental, cuando es probable que haya muchos factores por investigar.**
- **Este diseño es el más económico en el sentido de que es el diseño factorial completo que implica el menor número de corridas con las cuales pueden estudiarse k factores.**
- **Debido que sólo hay dos niveles para cada factor, debe suponerse que la respuesta es aproximadamente lineal en el intervalo de los niveles elegidos de los factores.**

EJEMPLO 4

Un químico desea investigar el efecto de la abertura de malla (factor A, 40,60), tipo de suspensión (factor B, suspensión A, suspensión B) y temperatura de ciclaje (factor C, 0°C, 30°C) en el volumen de sedimentación (%). Se eligen dos niveles de cada factor y se realiza un diseño factorial con dos replicas. Los resultados se muestran a continuación:

Malla	Suspensión	Temperatura	A	B	C	replica I	replica II
40	A	0	-	-	-	18.2	18.9
60	A	0	+	-	-	27.2	24.0
40	B	0	-	+	-	15.9	14.5
60	B	0	+	+	-	41.0	43.9
40	A	30	-	-	+	12.9	14.4
60	A	30	+	-	+	22.4	22.5
40	B	30	-	+	+	15.1	14.2
60	B	30	+	+	+	36.3	39.9

Variable de respuesta: Volumen de sedimentación

Factores controlados:

Abertura de malla (factor A)

Tipo de suspensión (Factor B)

Temperatura de Ciclaje (factor C)

Hipótesis:

H₀:No influye la abertura de malla en el volumen de sedimentación.

H_a:Si influye la abertura de malla en el volumen de sedimentación.

H₀:No influye el tipo de suspensión en el volumen de sedimentación.

H_a:Si influye el tipo de suspensión en el volumen de sedimentación.

H₀:No influye la temperatura de ciclaje en el volumen de sedimentación.

H_a:Si influye la temperatura de ciclaje en el volumen de sedimentación.

Ho: No hay efecto de interacción entre la abertura de malla y el tipo de suspensión en el volumen de sedimentación.

Ha: Si hay efecto de interacción entre la abertura de malla y el tipo de suspensión en el volumen de sedimentación.

Ho: No hay efecto de interacción entre la abertura de malla y la temperatura de ciclaje en el volumen de sedimentación.

Ha: Si hay efecto de interacción entre la abertura de malla y la temperatura de ciclaje en el volumen de sedimentación.

Ho: No hay efecto de interacción entre el tipo de suspensión y la temperatura de ciclaje en el volumen de sedimentación.

Ha: Si hay efecto de interacción entre el tipo de suspensión y la temperatura de ciclaje en el volumen de sedimentación.

Ho: No hay efecto de interacción entre la abertura de malla y el tipo de suspensión y la temperatura de ciclaje en el volumen de sedimentación.

Ha: Si hay efecto de interacción entre la abertura de malla y el tipo de suspensión y la temperatura de ciclaje en el volumen de sedimentación.

SOLUCION ESTADISTICA DEL DISEÑO 2³

1. CALCULAR LOS SIGNOS DE LAS INTERACCIONES

Combinación	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	replica I	replica II
(1)	-	-	-	+	+	+	-	18.2	18.9
a	+	-	-	-	-	+	+	27.2	24.0
b	-	+	-	-	+	-	+	15.9	14.5
ab	+	+	-	+	-	-	-	41.0	43.9
c	-	-	+	+	-	-	+	12.9	14.4
ac	+	-	+	-	+	-	-	22.4	22.5
bc	-	+	+	-	-	+	-	15.1	14.2
abc	+	+	+	+	+	+	+	36.3	39.9

2.- Calcular los contrastes de los efectos. El contraste se define el efecto total y se obtienen mediante las siguientes ecuaciones:

Combinación	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	replica I	replica II	SUMA
(1)	-	-	-	+	+	+	-	18.2	18.9	37.1
a	+	-	-	-	-	+	+	27.2	24	51.2
b	-	+	-	-	+	-	+	15.9	14.5	30.4
ab	+	+	-	+	-	-	-	41	43.9	84.9
c	-	-	+	+	-	-	+	12.9	14.4	27.3
ac	+	-	+	-	+	-	-	22.4	22.5	44.9
bc	-	+	+	-	-	+	-	15.1	14.2	29.3
abc	+	+	+	+	+	+	+	36.3	39.9	76.2

A	B	C	AB	AC	BC	ABC	replica I	replica II	SUMA
-	-	-	+	+	+	-	18.2	18.9	37.1
+	-	-	-	-	+	+	27.2	24	51.2
-	+	-	-	+	-	+	15.9	14.5	30.4
+	+	-	+	-	-	-	41	43.9	84.9
-	-	+	+	-	-	+	12.9	14.4	27.3
+	-	+	-	+	-	-	22.4	22.5	44.9
-	+	+	-	-	+	-	15.1	14.2	29.3
+	+	+	+	+	+	+	36.3	39.9	76.2

CONTRASTE (A) = $\sum(A+)$ - $\sum(A-)$ = (51.2 + 84.9 + 44.9 + 76.2) - (37.1 + 30.4 + 27.3 + 29.3) = 133.1

CONTRASTE (B) = $\sum(B+)$ - $\sum(B-)$ = (30.4 + 84.9 + 29.3 + 76.2) - (37.1 + 51.2 + 27.3 + 44.9) = 60.3

CONTRASTE (C) = $\sum(C+)$ - $\sum(C-)$ = (27.3 + 44.9 + 29.3 + 76.2) - (37.1 + 51.2 + 30.4 + 84.9) = -25.9

A	B	C	AB	AC	BC	ABC	replica I	replica II	SUMA
-	-	-	+	+	+	-	18.2	18.9	37.1
+	-	-	-	-	+	+	27.2	24	51.2
-	+	-	-	+	-	+	15.9	14.5	30.4
+	+	-	+	-	-	-	41	43.9	84.9
-	-	+	+	-	-	+	12.9	14.4	27.3
+	-	+	-	+	-	-	22.4	22.5	44.9
-	+	+	-	-	+	-	15.1	14.2	29.3
+	+	+	+	+	+	+	36.3	39.9	76.2

CONTRASTE (AB) = $\sum(AB+)$ - $\sum(AB-)$ = (37.1+84.9+27.3+76.2) - (51.2+30.4+44.9+29.3) = 69.7

CONTRASTE (AC) = $\sum(AC+)$ - $\sum(AC-)$ = (37.1+30.4+44.9+76.2) - (51.2+84.9+27.3+29.3) = -4.1

CONTRASTE (BC) = $\sum(BC+)$ - $\sum(BC-)$ = (37.1+51.2+29.3+76.2) - (30.4+84.9+27.3+44.9) = 6.3

CONTRASTE (ABC) = $\sum(ABC+)$ - $\sum(ABC-)$ = (51.2+30.4+27.3+76.2) - (37.1+84.9+44.9+29.3) = -11.1

3. Estimación de los efectos promedio:

$$\text{EFEC(A)} = \text{CONTRASTE(A)} / (n2^{K-1}) = 133.1 / (2^2) * 2 = 133.1 / 8 = 16.6375$$

$$\text{EFEC(B)} = \text{CONTRASTE(B)} / (n2^{K-1}) = 60.3 / (2^2) * 2 = 60.3 / 8 = 7.5375$$

$$\text{EFEC(C)} = \text{CONTRASTE(C)} / (n2^{K-1}) = -25.9 / (2^2) * 2 = -25.9 / 8 = -3.2375$$

$$\text{EFEC(AB)} = \text{CONTRASTE(AB)} / (n2^{K-1}) = 69.7 / (2^2) * 2 = 69.7 / 8 = 8.7125$$

$$\text{EFEC(AC)} = \text{CONTRASTE(AC)} / (n2^{K-1}) = -4.1 / (2^2) * 2 = -4.1 / 8 = -0.5125$$

$$\text{EFEC(BC)} = \text{CONTRASTE(BC)} / (n2^{K-1}) = 6.3 / (2^2) * 2 = 6.3 / 8 = 0.7875$$

$$\text{EFEC(ABC)} = \text{CONTRASTE(ABC)} / (n2^{K-1}) = -11.1 / (2^2) * 2 = -11.1 / 8 = -1.3875$$

Tabla de Estimaciones de los efectos promedio para volumen

average = 23.8312

A:Malla = 16.6375

B:Suspensión = 7.5375

C:Temperatura = -3.2375

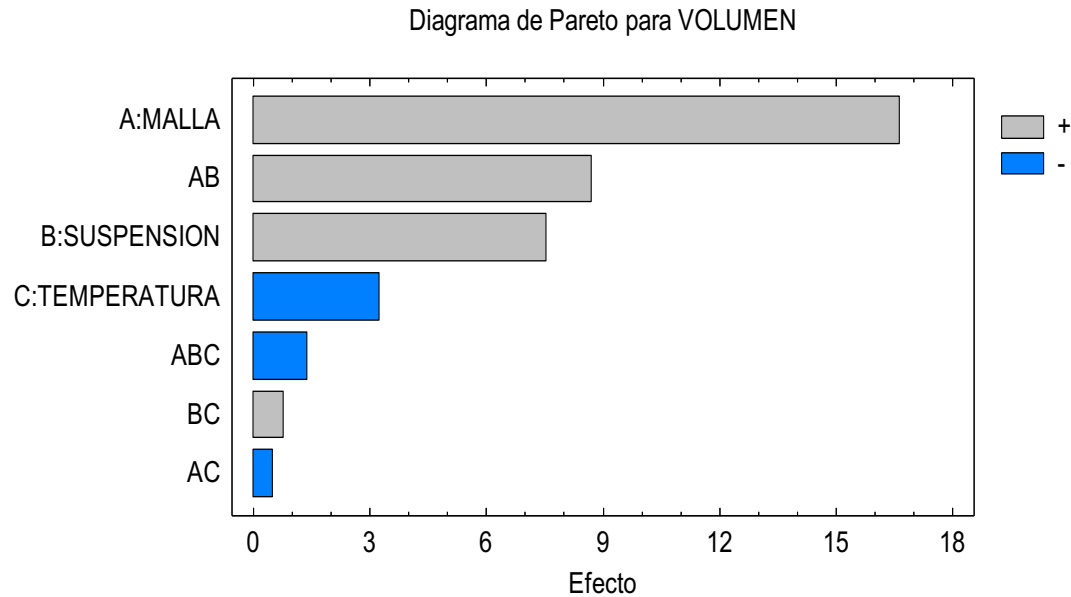
AB = 8.7125

AC = -0.5125

BC = 0.7875

ABC = -1.3875

PARETO NORMAL



Efectos más importantes: A:Abertura de malla, interacción apertura de malla y suspensión (AB) y B:Suspensión.

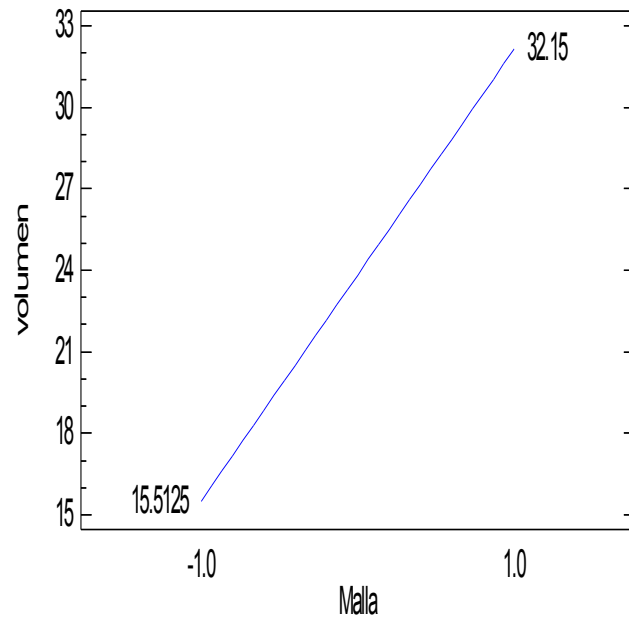
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
A:Malla	1107.23	1	1107.23	477.12	0.0000
B:suspension	227.256	1	227.256	97.93	0.0000
C:Temperatura	41.9256	1	41.9256	18.07	0.0028
AB	303.631	1	303.631	130.84	0.0000
AC	1.05063	1	1.05063	0.45	0.5200
BC	2.48063	1	2.48063	1.07	0.3314
ABC	7.70063	1	7.70063	3.32	0.1060
Error total	18.565	8	2.32063		
Total (corr.)	1709.83	15			

Para un $\alpha=0.05$, los efectos significativos son la abertura de malla (A), el tipo de suspensión (B), la temperatura de ciclaje (C), y la interacción de la abertura de malla y el tipo de suspensión (AB), con una confianza estadística del 95%.

GRAFICAS DE EFECTOS PROMEDIOS: Factor: Abertura de Malla

Nivel	media
-	15.51
+	32.15

Gráfica de Efectos Principales para volumen

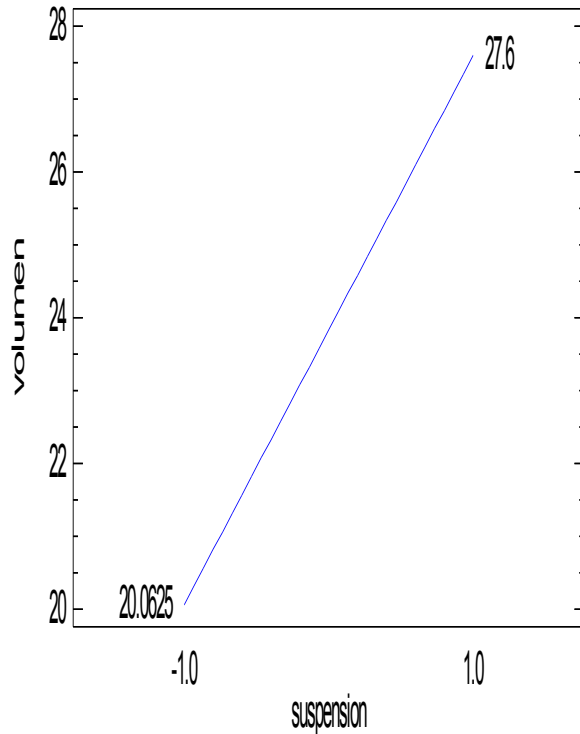


EXISTE UN EFECTO POSITIVO: CUANDO SE CAMBIA DE NIVEL BAJO A NIVEL ALTO DE LA ABERTURA DE MALLA SE INCREMENTA EL VOLUMEN. PARA MAXIMIZAR EL VOLUMEN SE RECOMIENDA USAR NIVEL ALTO DE LA ABERTURA DE MALLA.

GRAFICAS DE EFECTOS PROMEDIO:

Nivel	media
-	20.06
+	27.6

Gráfica de Efectos Principales para volumen



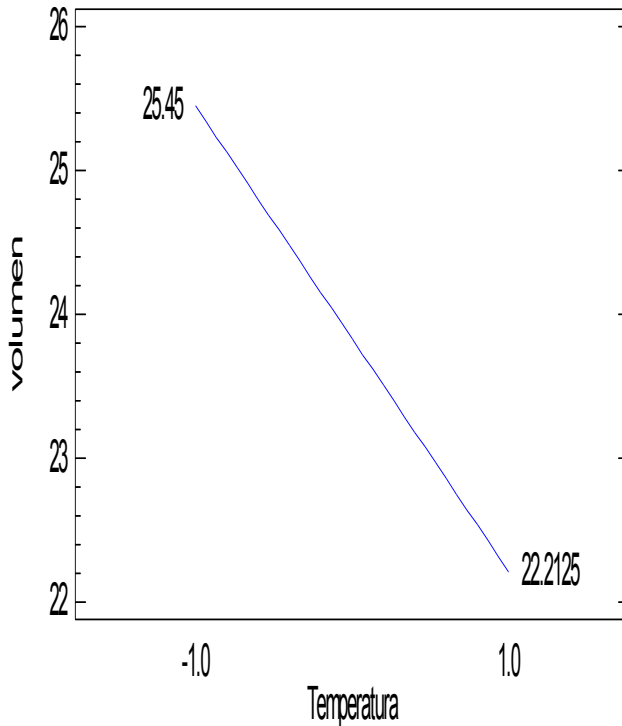
SE OBSERVA UN EFECTO POSITIVO, CUANDO SE CAMBIA DEL NIVEL BAJO A NIVEL ALTO DEL TIPO DE SUSPENSION SE INCREMENTA EL VOLUMEN. PARA MAXIMIZAR EL VOLUMEN SE RECOMIENDA USAR EL NIVEL DEL TIPO DE SUSPENSION.

GRAFICAS DE EFECTOS PROMEDIO:

Factor temperatura

Nivel	media
-	25.45
+	22.21

Gráfica de Efectos Principales para volumen



SE OBSERVA UN EFECTO NEGATIVO, CUANDO SE CAMBIA DE NIVEL BAJO A NIVEL ALTO DE LA TEMPERATURA DISMINUYE EL VOLUMEN. PARA MAXIMIZAR EL VOLUMEN SE RECOMIENDA USAR EL NIVEL BAJO DE LA TEMPERATURA.

CONCLUSIONES DE LAS GRAFICAS DE EFECTOS:

- ✓ Para la Abertura de malla (factor A), existe un efecto positivo, si se incrementa la Abertura de malla se incrementa el volume de sedimentación.
- ✓ Para el tipo de Suspensión (factor B), existe un efecto positivo, si se cambia el tipo de suspensión del nivel bajo a nivel alto se incrementa el volumen de sedimentación.
- ✓ Para la Temperatura (factor C), existe un efecto negativo, si se cambia del nivel bajo de temperatura a nivel alto de temperatura disminuye el volumen de sedimentación.

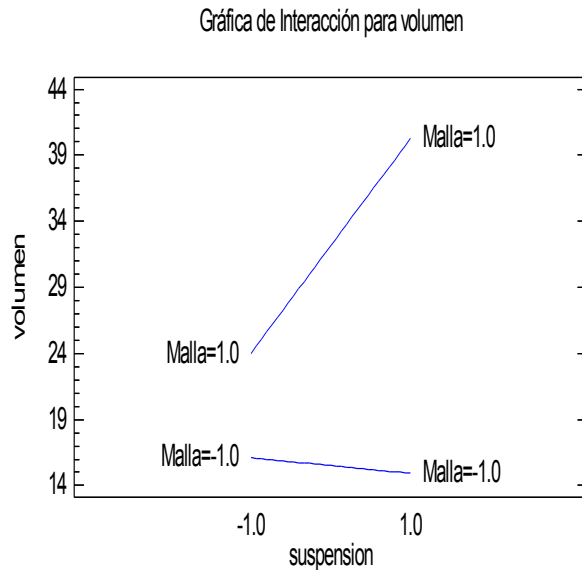
Para maximizar el volumen de sedimentación

A	B	C
+	+	-

GRAFICA DE INTERACCIONES

MALLA-SUSPENSION

	A	
B	-	+
-	16.1	23.95
+	14.92	40.27



- ✓ Si se trabaja en el nivel bajo de la abertura de malla y se cambia la suspensión del nivel bajo a nivel alto no hay un cambio en el volumen de sedimentación.
- ✓ Si se trabaja en el nivel alto de la abertura de malla y se cambia la suspensión del nivel bajo a nivel alto se incrementa el volumen de sedimentación.

❑ Para maximizar el volumen de sedimentación se recomienda el nivel alto de abertura de malla y el nivel alto de suspensión.

Conclusiones y Recomendaciones

Por los efectos simples

A	B	C
+	+	-

Por el efecto de interacción

A	B
+	+

Recomendación para maximizar

A	B	C
+	+	-

MODELO MATEMATICO (REGRESION MULTIPLE)

$$\begin{aligned} \text{VOLUMEN} = & 23.831 + 8.319 \text{ MALLA} + 3.769 \text{ SUSPENSION} - 1.619 \text{ TEMPERATURA} \\ & + 4.356 \text{ MALLA} * \text{SUSPENSION} - 0.256 \text{ MALLA} * \text{TEMPERATURA} \\ & + 0.394 \text{ SUSPENSION} * \text{TEMPERATURA} \\ & - 0.694 \text{ MALLA} * \text{SUSPENSION} * \text{TEMPERATURA} \end{aligned}$$

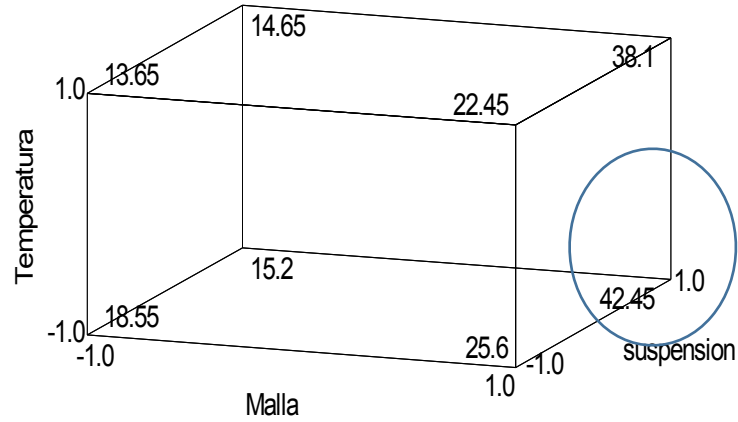
A	B	C
+	+	-
1	1	-1

$$\begin{aligned} \text{VOLUMEN} = & 23.831 + 8.319 (1) + 3.769 (1) - 1.619 (-1) + 4.356 (1)*(1) - 0.256 (1)*(-1) \\ & + 0.394 (1)*(-1) - 0.694 (1)*(1)*(-1) \end{aligned}$$

$$\text{VOLUMEN} = 42.45$$

Grafica de Respuesta (Cubo)

Gráfica de Cubo para volumen



A	B	C
+	+	-

Supuestos

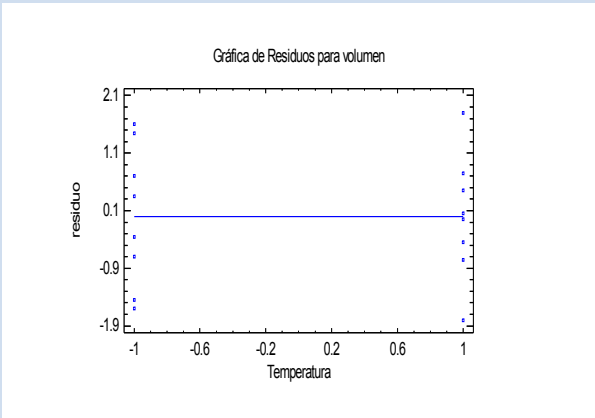
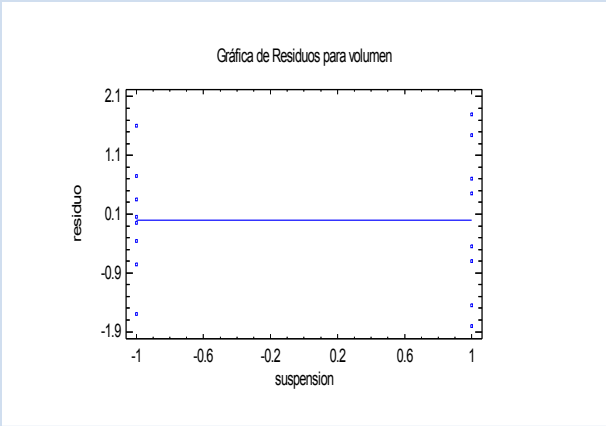
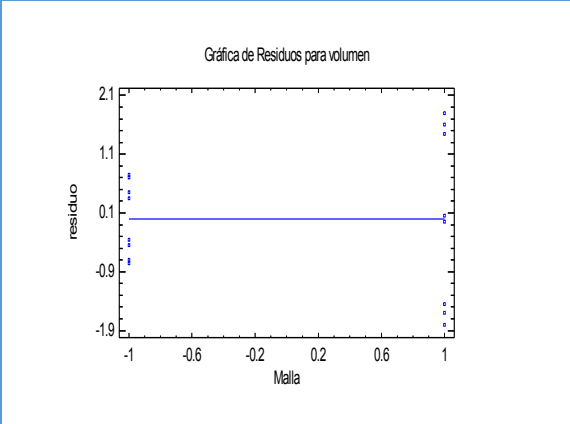
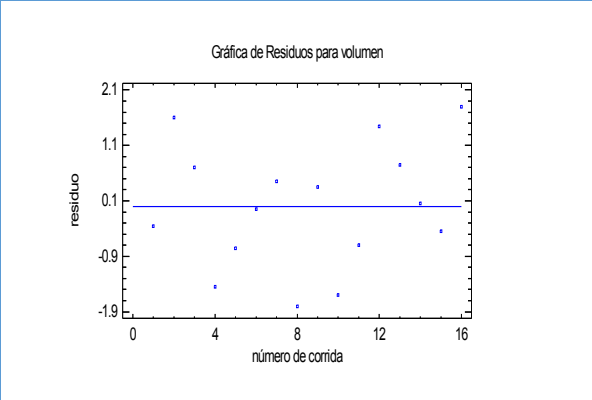


Gráfico de Probabilidad Normal para Residuos

