

PRUEBA DE HIPOTESIS ESTADISTICA



Dr. Porfirio Gutiérrez González
pgutierrezglez@gmail.com

PRUEBA DE HIPOTESIS

HIPOTESIS ESTADISTICA: Es una afirmación sobre los valores de los parámetros de una población o proceso que es susceptible de probarse.

HIPOTESIS NULA: se deriva del hecho que se plantea como una igualdad.

HIPOTESIS ALTERNATIVA: Es una afirmación sobre un parámetro que rechaza o niega la afirmación base de la hipótesis nula.

ESTADISTICO DE PRUEBA: Numero calculado a partir de los datos y lo afirmado por H_0 , cuya magnitud permite discernir si se rechaza o se acepta la hipótesis nula.

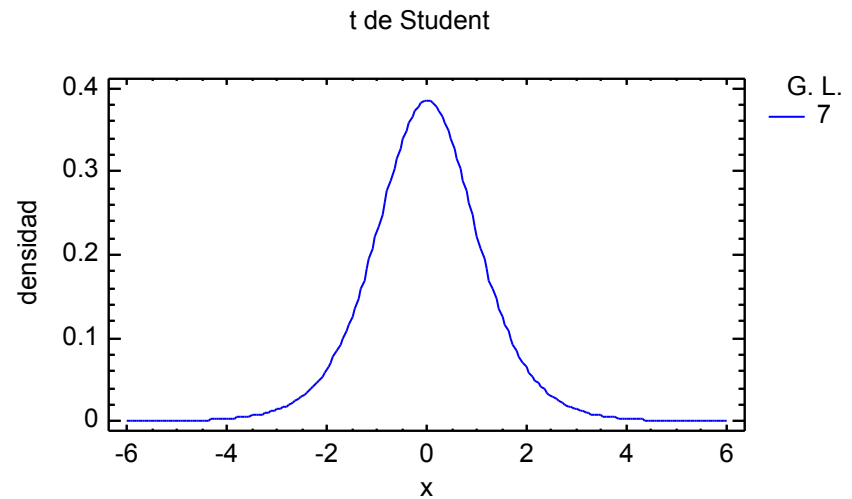
Distribución T-student

T tiene una distribución de probabilidad, conocida como T-student

$$h(t) = \frac{\Gamma\left[\frac{(v+1)}{2}\right]}{\Gamma(v/2)\sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-(v+1)/2}$$

Donde $-\infty < t < \infty$

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$



PRUEBA DE HIPOTESIS PARA LA IGUALDA DE UNA MEDIA.

$$H_0: \mu = \mu_0$$

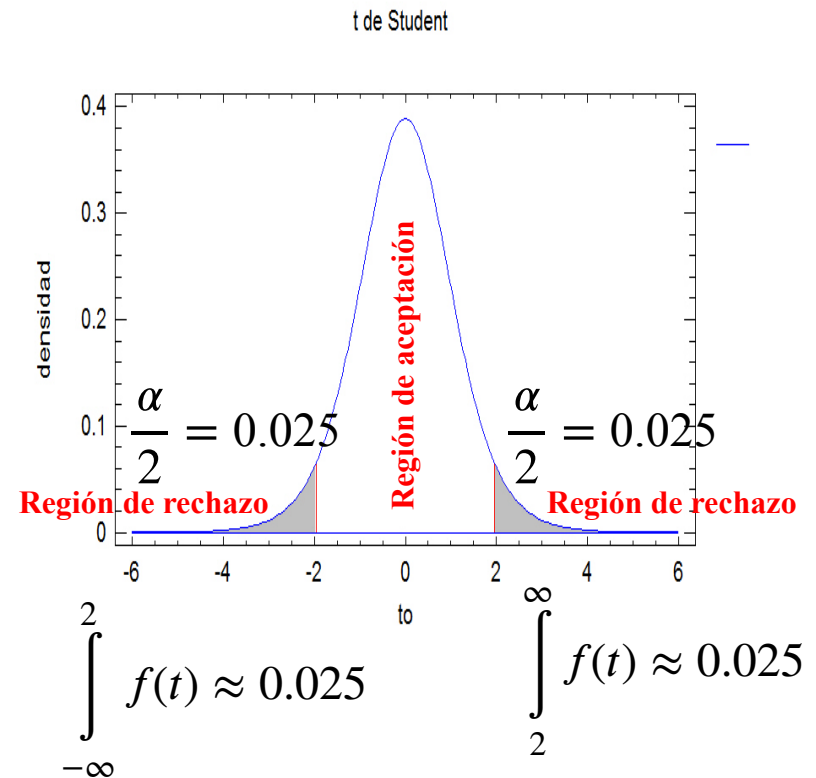
$$H_A: \mu \neq \mu_0$$

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad \alpha = 0.05$$

S=DESVIACION ESTANDAR

n= tamaño de muestra

$$\int_{-\infty}^{-2} f(t) + \int_2^{\infty} f(t) \approx 0.05 = \alpha$$



Se rechaza H_0 si $|t_0| > t(\alpha/2, n-1)$.

Ejemplo 2. ¿Es posible concluir que la edad media de defunción por la enfermedad de células falciformes homocigótica es menor que 30 años? Una muestra de 50 pacientes proporciona las siguientes edades en años:

| | | | | | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 15.5 | 2.0 | 45.1 | 1.7 | 0.8 | 1.1 | 18.2 | 9.7 | 28.1 | 18.2 |
| 27.6 | 45 | 1.0 | 66.4 | 2.0 | 67.4 | 2.5 | 61.7 | 16.2 | 31.7 |
| 6.9 | 13.5 | 1.9 | 31.2 | 9.0 | 2.6 | 29.7 | 14.4 | 13.5 | 2.6 |
| 20.7 | 30.9 | 36.6 | 1.1 | 23.6 | 0.9 | 7.6 | 23.5 | 6.3 | 40.2 |
| 23.7 | 4.8 | 33.2 | 27.1 | 36.7 | 3.2 | 38 | 3.5 | 21.8 | 2.4 |

SOLUCION:

1. $H_0: \mu = 30$
2. $H_a: \mu \neq 30$
3. $\alpha = 0.05$
4. EL ESTADISTICO DE PRUEBA ES

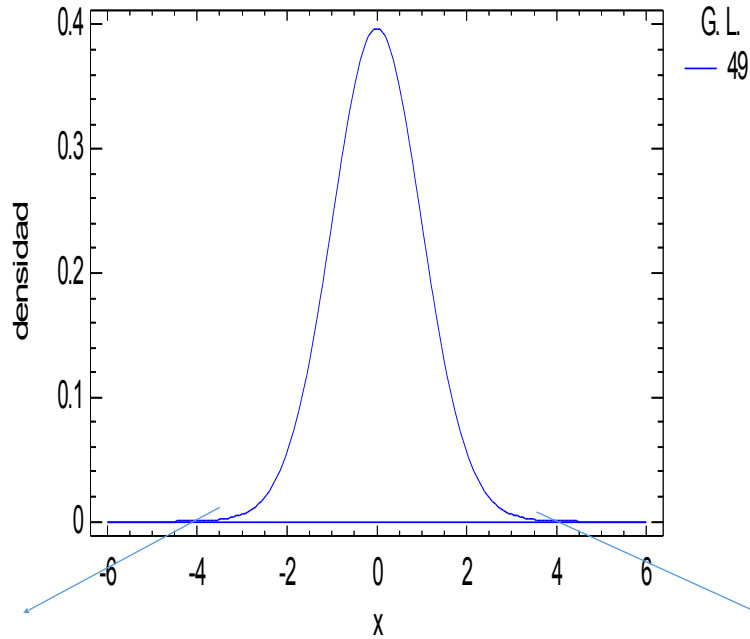
$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

| | |
|----------------------------|----------------|
| Recuento | 50 |
| Promedio | 19.46 |
| Desviación Estándar | 17.8171 |

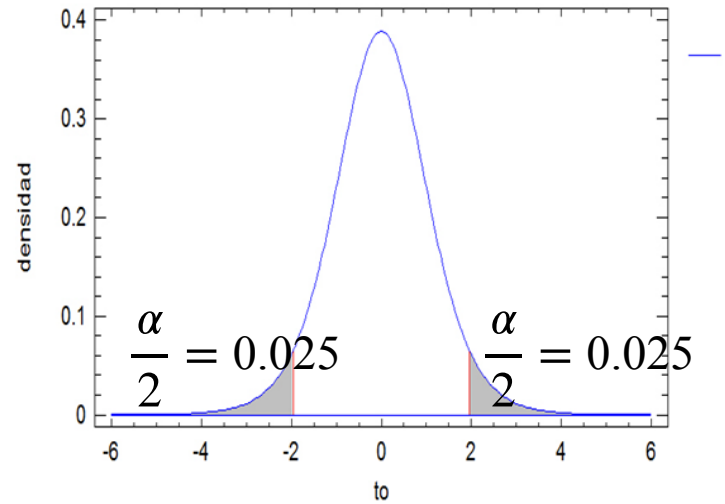
$$t_0 = \frac{19.46 - 30}{\frac{17.81}{\sqrt{50}}} = -4.183$$

$$t_0 = \frac{30 - 19.46}{\frac{17.81}{\sqrt{50}}} = 4.183$$

t de Student
 Probabilidad = 0.000118845



t de Student

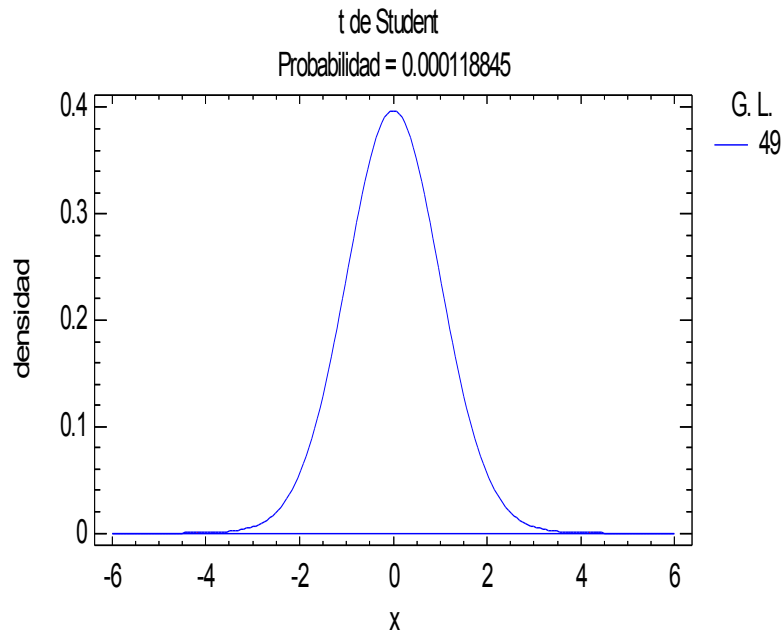


$$\int_{-\infty}^{4.183} f(t) \approx 0.000059$$

$$\int_{4.183}^{\infty} f(t) \approx 0.000059$$

$$\int_{-\infty}^{4.183} f(t) + \int_{4.183}^{\infty} f(t) \approx 0.000118 = \text{valor de } P$$

Valor de P=0.000118 < alpha=0.05



Valor de P=0 . 000118

$\alpha=0.05$

$\alpha=0.05 > \text{Valor de P}=0.0000$

Conclusión: En la prueba de que la media es 30, se obtuvo una $t=4.183$, con un valor de $P=0.000118$, el cual es menor que $\alpha=0.05$, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula, lo que significa que la media de edad no es igual a 30, en este caso es menor, con una confianza estadística del 95%

Intervalo de confianza para la media

| | |
|----------------------------|------------------|
| Recuento | n=50 |
| Promedio | =19.46 |
| Desviación Estándar | S=17.8171 |

$$\alpha=0.05$$

$$t_{(\frac{0.05}{2}, 50-1)} = 2.0096$$

$$\bar{x} - t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

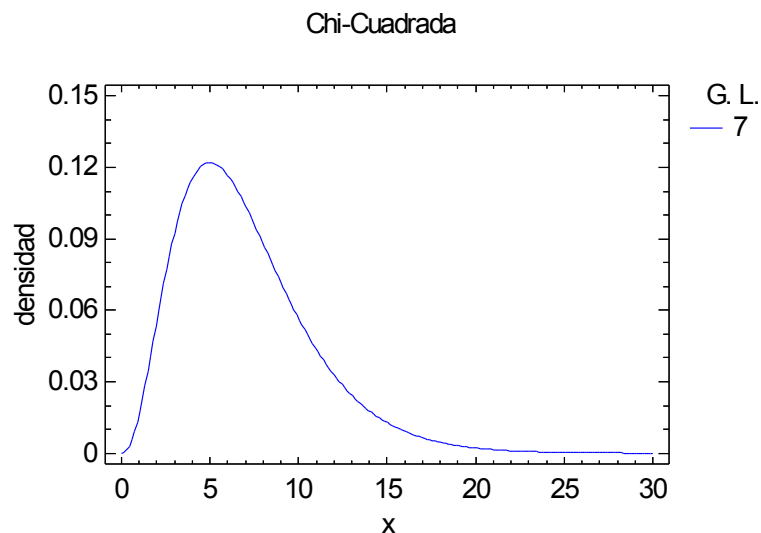
$$19.46 - 2.0096 * \frac{17.81}{\sqrt{50}} < \mu < 19.46 + 2.0096 * \frac{17.81}{\sqrt{50}}$$

$$14.39 < \mu < 24.52$$

Distribución ji-cuadrada

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{(\frac{\nu}{2})-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\alpha} \Gamma(\frac{\nu}{2})}, & \mathbf{0} \leq x < \infty \\ \mathbf{0}, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

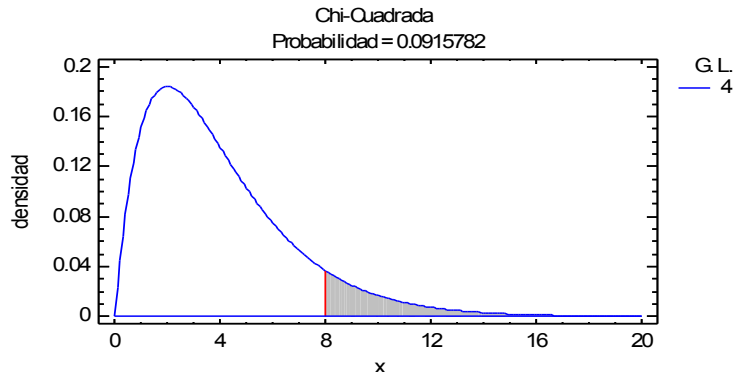
$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$



Si S^2 es la varianza de una muestra aleatoria de tamaño n tomada de una población normal que tiene la varianza σ^2 , entonces el estadístico

$$\chi^2 = \frac{(n - 1) S^2}{\sigma^2}$$

Tiene una distribución ji-cuadrada con $\nu = n - 1$ grados de libertad



SI $\chi^2 > \chi(\alpha/2, n_1 - 1)$ SE RECHAZA LA HIPOTESIS NULA.

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA UN VALOR DE UNA DESVIACION ESTANDAR POBLACIONAL

$$H_0: \sigma = \sigma_0$$

$$H_A: \sigma \neq \sigma_0$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\chi^2 = \frac{(n - 1) S^2}{\sigma_0^2}$$

SI $\chi^2 > \chi(\alpha/2, n_1 - 1)$ SE RECHAZA LA HIPOTESIS NULA.

EJEMPLO

Para el ejemplo de las edades, se espera que la desviación estándar poblacional sea 20.

$$H_0: \sigma = 20$$

$$H_A: \sigma \neq 20$$

| | |
|---------------------|---------|
| Recuento | n=50 |
| Desviación Estándar | S=17.81 |
| Varianza | =317.44 |

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

$$\chi^2 = \frac{(49)(317.44)}{400} = 38.85$$

$$P[\chi^2 > 38.85] = 0.3015$$

$$\alpha = 0.05$$

El valor de $P=0.3015 > 0.05$, por lo tanto no se puede rechazar la hipótesis nula. Lo que significa que la desviación estándar es de 20.

Intervalo de confianza para la varianza $100*(1-\alpha)$

| | |
|----------------------------|----------------|
| Recuento | n=50 |
| Desviación Estándar | S=17.81 |
| Varianza | =317.44 |

$$v = (n - 1) = 50 - 1 = 49 \quad \chi_{0.025, 49}^2 = 71.42 \quad \chi_{0.975, 49}^2 = 1.6899$$

$$\frac{(n - 1)S^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}, v}^2} < \sigma^2 < \frac{(n - 1)S^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, v}^2}$$

$$\frac{49 * 317.44}{70.25} < \sigma^2 < \frac{49 * 317.44}{31.56}$$

$$221.41 < \sigma^2 < 492.84$$

$$14.88 < \sigma < 22.20$$

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA UNA PROPORCION POBLACIONAL.

$$H_0: p = p_0$$

$$H_A: p \neq p_0$$

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

Se rechaza H_0 si $|z| > z(\alpha/2)$.

Ejemplo. En una investigación de consumidores de drogas intravenosas en una ciudad grande, Coates *et al.* encontraron a 18 de 423 individuos con VIR positivo. Se pretende saber si es posible concluir que menos de 5 por ciento de los consumidores de drogas intravenosas en la población muestreada tienen VIR positivo.

Datos. Los datos se obtienen a partir de la respuesta de 423 individuos de los cuales 18 tenían la característica de interés (VIR positivo), es decir, $\hat{p} = 18/423 = 0.0425$.

Hipótesis

$$H_0: p = 0.05$$

$$H_A: p \neq 0.05$$

Estadístico de prueba

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

$$z = \frac{0.0425 - 0.05}{\sqrt{\frac{0.05(1 - 0.95)}{423}}} = -0.70$$

$$\text{Valor de P} = \text{Prob}(Z > |-0.70|) = 0.5693 \quad \alpha = 0.05$$

No se rechaza la hipótesis H_0 , ya que $\alpha = 0.05 < \text{Valor de P} = 0.5693$.